

Qual è il massimo comun divisore tra **198** e **48**?



Qual è il massimo comun divisore tra **198** e **48**?

$$198 = 4 \cdot 48 + 6$$

$$48 = 8 \cdot 6 + 0$$



Qual è il massimo comun divisore tra **198** e **48**?

$$198 = 4 \cdot 48 + 6$$

$$48 = 8 \cdot 6 + 0$$

Qual è il massimo comun divisore tra **1315** e **477**?



Qual è il massimo comun divisore tra **198** e **48**?

$$198 = 4 \cdot 48 + 6$$

$$48 = 8 \cdot 6 + 0$$

Qual è il massimo comun divisore tra **1315** e **477**?

$$1315 = 2 \cdot 477 + 361$$

$$477 = 1 \cdot 361 + 116$$

$$361 = 3 \cdot 116 + 13$$

$$116 = 8 \cdot 13 + 12$$

$$13 = 1 \cdot 12 + 1$$

$$12 = 12 \cdot 1 + 0$$



Qual è il massimo comun divisore tra **198** e **48**?

$$198 = 4 \cdot 48 + 6$$

$$48 = 8 \cdot 6 + 0$$

Qual è il massimo comun divisore tra **1315** e **477**?

$$1315 = 2 \cdot 477 + 361$$

$$477 = 1 \cdot 361 + 116$$

$$361 = 3 \cdot 116 + 13$$

$$116 = 8 \cdot 13 + 12$$

$$13 = 1 \cdot 12 + 1$$

$$12 = 12 \cdot 1 + 0$$

$a \sqcap b$ : massimo comun divisore tra  $a$  e  $b$

$$a \sqcap b = b \sqcap a \quad (a + b) \sqcap b = a \sqcap b \quad a \sqcap 0 = a$$



Qual è il massimo comun divisore tra **198** e **48**?

$$\begin{aligned}198 &= 4 \cdot 48 + 6 & 198 \sqsupset 48 \\48 &= 8 \cdot 6 + 0\end{aligned}$$

Qual è il massimo comun divisore tra **1315** e **477**?

$$\begin{aligned}1315 &= 2 \cdot 477 + 361 \\477 &= 1 \cdot 361 + 116 \\361 &= 3 \cdot 116 + 13 \\116 &= 8 \cdot 13 + 12 \\13 &= 1 \cdot 12 + 1 \\12 &= 12 \cdot 1 + 0\end{aligned}$$

$a \sqsupset b$ : massimo comun divisore tra  $a$  e  $b$

$$a \sqsupset b = b \sqsupset a \quad (a + b) \sqsupset b = a \sqsupset b \quad a \sqsupset 0 = a$$



Qual è il massimo comun divisore tra **198** e **48**?

$$\begin{aligned}198 &= 4 \cdot 48 + 6 & 198 \sqcap 48 &= (4 \cdot 48 + 6) \sqcap 48 \\48 &= 8 \cdot 6 + 0\end{aligned}$$

Qual è il massimo comun divisore tra **1315** e **477**?

$$\begin{aligned}1315 &= 2 \cdot 477 + 361 \\477 &= 1 \cdot 361 + 116 \\361 &= 3 \cdot 116 + 13 \\116 &= 8 \cdot 13 + 12 \\13 &= 1 \cdot 12 + 1 \\12 &= 12 \cdot 1 + 0\end{aligned}$$

$a \sqcap b$ : massimo comun divisore tra  $a$  e  $b$

$$a \sqcap b = b \sqcap a \quad (a + b) \sqcap b = a \sqcap b \quad a \sqcap 0 = a$$



Qual è il massimo comun divisore tra **198** e **48**?

$$\begin{aligned} 198 &= 4 \cdot 48 + 6 & 198 \sqcap 48 &= (4 \cdot 48 + 6) \sqcap 48 = (3 \cdot 48 + 6) \sqcap 48 \\ 48 &= 8 \cdot 6 + 0 \end{aligned}$$

Qual è il massimo comun divisore tra **1315** e **477**?

$$\begin{aligned} 1315 &= 2 \cdot 477 + 361 \\ 477 &= 1 \cdot 361 + 116 \\ 361 &= 3 \cdot 116 + 13 \\ 116 &= 8 \cdot 13 + 12 \\ 13 &= 1 \cdot 12 + 1 \\ 12 &= 12 \cdot 1 + 0 \end{aligned}$$

$a \sqcap b$ : massimo comun divisore tra  $a$  e  $b$

$$a \sqcap b = b \sqcap a \quad (a + b) \sqcap b = a \sqcap b \quad a \sqcap 0 = a$$





Qual è il massimo comun divisore tra **198** e **48**?

$$\begin{aligned} 198 &= 4 \cdot 48 + 6 & 198 \sqcap 48 &= (4 \cdot 48 + 6) \sqcap 48 = (3 \cdot 48 + 6) \sqcap 48 = 6 \sqcap 48 \\ 48 &= 8 \cdot 6 + 0 \end{aligned}$$

Qual è il massimo comun divisore tra **1315** e **477**?

$$\begin{aligned} 1315 &= 2 \cdot 477 + 361 \\ 477 &= 1 \cdot 361 + 116 \\ 361 &= 3 \cdot 116 + 13 \\ 116 &= 8 \cdot 13 + 12 \\ 13 &= 1 \cdot 12 + 1 \\ 12 &= 12 \cdot 1 + 0 \end{aligned}$$

$a \sqcap b$ : massimo comun divisore tra  $a$  e  $b$

$$a \sqcap b = b \sqcap a \quad (a + b) \sqcap b = a \sqcap b \quad a \sqcap 0 = a$$



Qual è il massimo comun divisore tra **198** e **48**?

$$\begin{aligned} 198 &= 4 \cdot 48 + 6 & 198 \sqcap 48 &= (4 \cdot 48 + 6) \sqcap 48 = (3 \cdot 48 + 6) \sqcap 48 = 6 \sqcap 48 \\ 48 &= 8 \cdot 6 + 0 & &= (8 \cdot 6 + 0) \sqcap 6 \end{aligned}$$

Qual è il massimo comun divisore tra **1315** e **477**?

$$\begin{aligned} 1315 &= 2 \cdot 477 + 361 \\ 477 &= 1 \cdot 361 + 116 \\ 361 &= 3 \cdot 116 + 13 \\ 116 &= 8 \cdot 13 + 12 \\ 13 &= 1 \cdot 12 + 1 \\ 12 &= 12 \cdot 1 + 0 \end{aligned}$$

$a \sqcap b$ : massimo comun divisore tra  $a$  e  $b$

$$a \sqcap b = b \sqcap a \quad (a + b) \sqcap b = a \sqcap b \quad a \sqcap 0 = a$$



Qual è il massimo comun divisore tra **198** e **48**?

$$\begin{aligned} 198 &= 4 \cdot 48 + 6 & 198 \sqcap 48 &= (4 \cdot 48 + 6) \sqcap 48 = (3 \cdot 48 + 6) \sqcap 48 = 6 \sqcap 48 \\ 48 &= 8 \cdot 6 + 0 & &= (8 \cdot 6 + 0) \sqcap 6 = 0 \sqcap 6 \end{aligned}$$

Qual è il massimo comun divisore tra **1315** e **477**?

$$\begin{aligned} 1315 &= 2 \cdot 477 + 361 \\ 477 &= 1 \cdot 361 + 116 \\ 361 &= 3 \cdot 116 + 13 \\ 116 &= 8 \cdot 13 + 12 \\ 13 &= 1 \cdot 12 + 1 \\ 12 &= 12 \cdot 1 + 0 \end{aligned}$$

$a \sqcap b$ : massimo comun divisore tra  $a$  e  $b$

$$a \sqcap b = b \sqcap a \quad (a + b) \sqcap b = a \sqcap b \quad a \sqcap 0 = a$$



Qual è il massimo comun divisore tra **198** e **48**?

$$\begin{aligned} 198 &= 4 \cdot 48 + 6 & 198 \sqcap 48 &= (4 \cdot 48 + 6) \sqcap 48 = (3 \cdot 48 + 6) \sqcap 48 = 6 \sqcap 48 \\ 48 &= 8 \cdot 6 + 0 & &= (8 \cdot 6 + 0) \sqcap 6 = 0 \sqcap 6 = 6 \end{aligned}$$

Qual è il massimo comun divisore tra **1315** e **477**?

$$\begin{aligned} 1315 &= 2 \cdot 477 + 361 \\ 477 &= 1 \cdot 361 + 116 \\ 361 &= 3 \cdot 116 + 13 \\ 116 &= 8 \cdot 13 + 12 \\ 13 &= 1 \cdot 12 + 1 \\ 12 &= 12 \cdot 1 + 0 \end{aligned}$$

$a \sqcap b$ : massimo comun divisore tra  $a$  e  $b$

$$a \sqcap b = b \sqcap a \quad (a + b) \sqcap b = a \sqcap b \quad a \sqcap 0 = a$$



Qual è il massimo comun divisore tra **198** e **48**?

$$\begin{aligned} 198 &= 4 \cdot 48 + 6 & 198 \sqcap 48 &= (4 \cdot 48 + 6) \sqcap 48 = (3 \cdot 48 + 6) \sqcap 48 = 6 \sqcap 48 \\ 48 &= 8 \cdot 6 + 0 & &= (8 \cdot 6 + 0) \sqcap 6 = 0 \sqcap 6 = 6 \end{aligned}$$

Qual è il massimo comun divisore tra **1315** e **477**?

$$\begin{aligned} 1315 &= 2 \cdot 477 + 361 & 1315 \sqcap 477 &= 477 \sqcap 361 \\ 477 &= 1 \cdot 361 + 116 & &= 361 \sqcap 116 \\ 361 &= 3 \cdot 116 + 13 & &= 116 \sqcap 13 \\ 116 &= 8 \cdot 13 + 12 & &= 13 \sqcap 12 \\ 13 &= 1 \cdot 12 + 1 & &= 12 \sqcap 1 \\ 12 &= 12 \cdot 1 + 0 & &= 1 \end{aligned}$$

$a \sqcap b$ : massimo comun divisore tra  $a$  e  $b$

$$a \sqcap b = b \sqcap a \quad (a + b) \sqcap b = a \sqcap b \quad a \sqcap 0 = a$$



Fissato un numero  $q$ ,  
ogni numero intero  $a$  si scrive in un unico modo  
come somma di un multiplo di  $q$  e di un numero  
naturale minore di  $q$ ,  
cioè

$$a = d \cdot q + r$$

dove  $0 \leq r < q$ .

Fissato un numero  $\ell$ , detto *base*,  
ogni numero intero  $a$  si scrive in un unico modo  
come somma di potenze di  $\ell$  moltiplicate per  
numeri minori di  $\ell$ ,  
cioè

$$a = a_k \cdot \ell^k + a_{k-1} \cdot \ell^{k-1} + \dots + a_1 \cdot \ell + a_0$$

dove  $0 \leq a_i < \ell$  per  $i = 0, 1, \dots, k - 1, k$ .



## Teorema

Dati due numeri positivi  $a$  e  $b$  qualunque, esiste un numero naturale  $n$  tale che

$$n \cdot b > a.$$

## Corollario

Fissato un numero  $q$ ,  
ogni numero intero  $a$  si scrive in un unico modo  
come somma di un multiplo di  $q$  e di un numero  
naturale minore di  $q$ ,  
cioè

$$a = d \cdot q + r$$

dove  $0 \leq r < q$ .

## Corollario

Fissato un numero  $\ell$ , detto *base*,  
ogni numero intero  $a$  si scrive in un unico modo  
come somma di potenze di  $\ell$  moltiplicate per  
numeri minori di  $\ell$ ,  
cioè

$$a = a_k \cdot \ell^k + a_{k-1} \cdot \ell^{k-1} + \dots + a_1 \cdot \ell + a_0$$

dove  $0 \leq a_i < \ell$  per  $i = 0, 1, \dots, k - 1, k$ .



minimo comune multiplo:  $a \sqcup b = \frac{a \cdot b}{a \sqcap b}$

$$a \sqcap (b \sqcup c) = (a \sqcap b) \sqcup (a \sqcap c)$$

$$a \sqcup (b \sqcap c) = (a \sqcup b) \sqcap (a \sqcup c)$$





