Scuola Media 'M.Sacchi' - Mantova
classe terza E

Q	2	3	U	5	E	7	L	L	O
11	C	13	H	E	T	17	U	19	T
T	I	23	V	O	R	R	E	29	B
31	B	E	R	O	S	37	A	P	E
41	R	43	E	S	U	47	I	N	U
M	E	53	R	I	P	R	I	59	M
61	I	M	A	N	O	67	N	H	A
71	N	73	N	O	I	L	C	79	O
R	A	83	G	G	I	O	D	89	I
C	H	I	E	D	E	97	R	E	.

in collaborazione con l'Assessorato
alla Cultura del Comune di Mantova

Scuola Media 'M.Sacchi'. - Mantova
classe terza E

QUELLO CHE TUTTI VORREBBERO SAPERE SUI NUMERI PRIMI MA NON HANNO IL CORAGGIO DI CHIEDERE

in collaborazione con l'Assessorato
alla Cultura del Comune di Mantova

"Lo Spaventapasseri decise di riflettere e lo fece con tanta forza che aghi e spillini cominciarono a spuntargli dalla testa"

F.Baum: 'Il meraviglioso mago di Oz'

Un numero naturale intero, diverso da 0 e da 1, è primo se è divisibile solo per se stesso e per uno

Ogni numero intero maggiore di 1
può essere scomposto in un prodotto
di numeri primi in una sola maniera

I gemelli

Nel 1966 mi trovai di fronte ad un caso alquanto strano: conobbi i gemelli John e Michael di 26 anni, pazienti di un istituto psichiatrico dall'età di sei anni.
I gemelli erano famosi per la loro straordinaria memoria che gli permetteva di ricordare, anche nei minimi particolari, episodi della loro infanzia, e per l'uso di un inconscio algoritmo calendariale col quale potevano stabilire in quale giorno della settimana cadeva una data, anche lontana, del passato o del futuro o di una qualunque Pasqua.
I clinici escludevano che i gemelli si servissero di operazioni aritmetiche dato il loro scarso quoziente di intelligenza, e l'algoritmo utilizzato, quindi, doveva essere necessariamente inconscio se pensiamo che anche K.F.Gauss, il più grande matematico dell'Ottocento, trovò difficile elaborarne uno per

determinare le date della Pasqua.
Un giorno cadde una scatola di fiammiferi:
"111" gridarono i gemelli, guardando i fiammiferi sparsi sul pavimento.
Mentre cominciavo a contare pazientemente i fiammiferi, John mormorò: "37", Michael lo ripeté e John lo disse una terza volta.
I fiammiferi erano effettivamente 111.
"Ma come avete fatto a contarli?"
"Non li abbiamo contati, abbiamo visto il centoundici"
"E perché avete mormorato per tre volte 37?"
"37, 37, 37, 111".
La cosa mi parve straordinaria: non solo i gemelli 'vedevano' la'centoundicità', ma avevano scomposto il numero senza sapere cosa fosse una scomposizione in fattori primi.
Come spiegarsi la capacità di mettere in relazione i numeri quando i gemelli non riuscivano a collegare gli episodi della loro vita?
Una mattina sorpresi i gemelli tutti intenti a scambiarsi numeri.

John diceva un numero di sei cifre.
Michael sembrava acchiapparlo al volo ed assaporarlo come se fosse un vino pregiato, offrendo al fratello un secondo numero di sei cifre.
Presi nota dei numeri e, a casa, scoprii che erano tutti primi.
Ritornai il giorno dopo con le tavole dei numeri primi fino a dieci cifre.
Offrii a John un numero di sette cifre: dopo alcuni minuti di silenzio John mi guardò compiaciuto e rispose con un numero di nove cifre seguito da Michael che disse un altro numero dello stesso ordine di grandezza.
Sbirciai sulle tavole un numero di dieci cifre e lo diedi a Michael che me ne restituì uno di dodici.
Mi esclusi dal gioco e lasciai i gemelli che si scambiavano allegramente numeri di venti cifre.
In che modo e perché i gemelli riuscivano a vedere, nell'infinito mondo dei numeri naturali, solo quelli che erano primi?
Forse i gemelli vivono esclusivamente in un mondo mentale di numeri.

Non provano interesse altro che per i numeri: ma per loro, probabilmente, non sono solo 'numeri' ma elementi ricchi di significati che a noi sfuggono.
E' possibile che nella loro mente venga alla luce una struttura modulare (l'algoritmo calendariale è modulo sette e sette è primo) in forma di semplici tabelle o di una specie di paesaggio a spirale.
Questo non spiega perché i gemelli comunicassero con i numeri primi.
Oliver Sacks conclude il suo breve saggio con un'ipotesi:
"C'è tuttavia da chiedersi se non esista accanto ad una aritmetica convenzionale -aritmetica delle operazioni- spesso irritante e 'innaturale' per insegnanti e studenti, una aritmetica profonda davvero innata nel cervello, altrettanto innata quanto la sintassi profonda e la grammatica generativa di Chomsky.
Una simile aritmetica nella mente dei gemelli potrebbe essere dinamica e quasi viva:

ammassi globulari e nebulose di
numeri che ruotano e si evolvono in
un cielo mentale in continua
espansione".

Rielaborazione e riduzione da:
Oliver Sacks -L'uomo che scambiò
sua moglie per un cappello- Adelphi

Le radici storiche

Niente ha costituito, nella storia della matematica,più interesse, più mistero e più fascino dello studio dei numeri primi: quei numeri interi così ribelli ed egocentrici che caparbiamente si rifiutano di essere esattamente divisi da qualsiasi altro intero eccetto se stessi e uno.
Per individuare i numeri primi il più antico metodo, noto come il crivello di Eratostene - scienziato greco (275-195 a.C.) contemporaneo di Archimede- consiste nel cancellare, in una tabella che contiene i numeri naturali da 1 a 100, tutti i multipli di 2, 3, 5, 7: i numeri che rimangono sono primi.
Questo metodo, per quanto ingegnoso e originale, è puramente empirico.
Empirico, ma ancora oggi utilizzato dalla maggior parte degli studenti.

Il crivello di Eratostene.

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~
~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~	~~76~~	~~77~~	~~78~~	79	~~80~~
~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
~~91~~	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~

Tutti, salvo 26 numeri, sono caduti attraverso le maglie del crivello.
Questi sono i primi 26 numeri primi.
I matematici, e noi con loro, preferiscono eliminare l'uno e dire 25 perché l'uno contraddice il teorema fondamentale dell'aritmetica:
'ogni intero maggiore di uno può essere scomposto in un unico insieme di fattori primi'.
Es. 30 è il prodotto di tre primi:
$30=2 \times 3 \times 5$
Se uno venisse considerato primo non potremmo affermare questo perché vi sarebbero infinite scomposizioni.
Es. $30=2 \times 3 \times 5 \times 1$
oppure
$30=2 \times 1 \times 3 \times 5 \times 1$
e così via.
Un altro crivello che ci permette osservazioni interessanti è dovuto al californiano Kenneth P.Swallow.

Il crivello di Kenneth P.Swallow

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36
37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54
55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66
67	68	69	70	71	72
73	74	75	76	77	78
79	80	81	82	83	84
85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96
97	98	99	100		

Cancellando l'1, le colonne del 2, del 3, del 4 e del 6, le diagonali dei multipli di 5 e quelle dei multipli di 7 otteniamo di nuovo i 25 numeri primi.
Si nota con chiarezza che i numeri primi maggiori di 3 sono di un'unità maggiori o minori di 6 o dei suoi multipli.
Non è molto, ma con i problemi che creano i numeri primi è già qualche cosa.

<u>Quanti sono i numeri primi?</u>

Euclide di Megara, matematico greco del 300 a.C., dimostra 'per assurdo' che sono infiniti.
Negando ciò che vuol dimostrare arriva ad una contraddizione che gli permette di concludere che la negazione è falsa e la negazione della negazione è vera.
Sia p1,p2,p3,....,pn la serie <u>finita</u> dei numeri primi
A=p1 x p2 x p3 x ... pn + 1
A è maggiore di ogni p e quindi è composto: ma A non ammette come divisori nessuno dei p perchè ogni divisione per p dà come resto 1.

Allora o A è primo o, se composto
ammette divisori primi diversi da
p1, p2, p3, ..., pn.
Ma entrambe le conclusioni
contraddicono l'ipotesi di partenza
che affermava essere la serie
dei numeri primi finita.
Allora:

I NUMERI PRIMI SONO INFINITI

Letteratura definizionale

Dato un testo, si sostituisce a ogni parola significante la sua definizione 'nel dizionario', poi si ripete n volte l'operazione.

I NUMERI PRIMI SONO INFINITI

Gli enti matematici che caratterizzano un insieme di cose o di persone, che non hanno altri divisori oltre se stessi e uno, sono assolutamente privi di limite.

Tutto ciò che è o che ha la possibilità di essere proprio della disciplina che si avvale di metodi deduttivi, e che costituisce la caratteristica di un aggregato di elementi, oggetti o esseri umani, e che non ha altri secondi termini di una divisione oltre se stesso e il numero naturale successivo dello zero, è in modo assoluto mancante di confine.

Problemi irrisolti

Se il problema di sapere quanti sono i numeri primi è stato risolto ed archiviato molti altri problemi sono ancora ben presenti ed attuali e i matematici non possono, oggi, fare altro che delle congetture, cioè ipotesi che attendono di essere dimostrate con un teorema.
E' possibile sapere esattamente quanti numeri primi ci sono nell'intervallo da 1 a n?
A tutt'oggi esistono molte formule che danno buoni risultati approssimativi, ma una formula che ne calcoli esattamente il numero non si conosce ancora.
I numeri primi sono infiniti ma la loro distribuzione è bizzarra e non vuole, per il momento, piegarsi difronte a nessuna legge che ne regoli il comportamento.
Ma il problema che più ha stimolato la fantasia e la creatività dei matematici è di sapere se esiste una

formula che generi sicuramente
un numero primo.
Il più famoso è il monaco francese
Marin Mersenne (1588-1648)
la sua formula è di rara eleganza
e semplicità:
2^p-1 con p primo
tra l'altro questa è la formula che
dà la somma delle
prime p potenze di 2.
M(1)=2^2-1=3
M(2)=2^3-1=7
M(3)=2^5-1=31
M(4)=2^7-1=127
ma
M(5)=2^11-1=2047=23 x 89 composto
L'ingegnosa formula di Mersenne non
è quindi affidabile: genera tanti
numeri primi ma anche tanti
numeri composti.
Attualmente si conoscono trenta
numeri primi di Mersenne.
Che siano infiniti?
Il nome del frate francese, tuttavia,
non sarà mai dimenticato e la sua
formula è ancora oggi largamente
utilizzata: i quattro più grandi
numeri primi conosciuti, questi titani,

il maggiore dei quali arriva a 65050 cifre, sono stati tutti ottenuti con la formula di Mersenne.
Un altro grande matematico, il Re dei dilettanti -come viene spesso affettuosamente chiamato-
è il francese
Pierre de Fermat (1601-1675)
la sua formula è un po' più complicata, ma ugualmente elegante:

$$2^{(2^{n})}+1$$

$F(1)=2^{(2^{1})}+1=\ 5$
$F(2)=2^{(2^{2})}+1=\ 17$
$F(3)=2^{(2^{3})}+1=\ 257$
$F(4)=2^{(2^{4})}+1=\ 65537$

ma, come il quinto numero di Mersenne, anche il quinto numero di Fermat smentisce la sua formula.
Fermat muore nella convinzione che la sua formula funzioni:
toccherà al matematico svizzero Leonard Euler (1707-1783), più di cent'anni dopo, nel 1782, dimostrare che il quinto numero di Fermat non è primo.

$$2^{(2^{5})}+1=4294967297=641\times 6700417$$

a tutt'oggi non si conoscono altri numeri di Fermat con n maggiore di 4
Altre formule non generali, sono:

$$n^2-n+41$$

genera numeri primi con n che va da 1 a 40. Infatti
$41^2-41+41=41^2$ composto
oppure

$$n^2-79n+1601$$

genera primi con n minore di 80.
Infatti
$80^2-79 \times 80+1601=6400-6320+1601=1521$
non sappiamo a che punto sia oggi la ricerca matematica: certo che il fatto che i più grandi numeri primi individuati negli ultimi vent'anni siano pressocchè tutti del tipo di Mersenne ci fa pensare che il problema sia ancora aperto e che una soluzione sia ancora lontana.

VIC20 VIC20 VIC20

Nel nostro laboratorio di informatica, dotato di ben tre potentissimi VIC20, abbiamo provato anche noi a tuffarci nello sterminato mondo dei numeri primi.
Si trattava, per prima cosa, di mettere a punto un programma che potesse generare, in un tempo relativamente breve, almeno i numeri primi fino a 1000.
E' opportuno ricordare che per il test di divisibilità non è necessario arrivare fino a n, e nemmeno a n/2 bensì fino alla radice quadrata di n.
Come è noto se un numero è composto ha almeno due fattori: e se uno di questi è maggiore della sua radice quadrata, l'altro è necessariamente minore.
Bisogna stare attenti con il problema della radice quadrata perché, non è il caso del VIC20 e degli elaboratori Commodore, ma altri -per ragioni

interne alla macchina- calcolano
le radici in maniera approssimata
anche quando sono esatte.
Es. radice quadrata di 361=19
Per alcuni elaboratori = 18.99999999
Allora se n è 361, il test di
divisibilità si ferma a 18 e 361
sembra primo.
In realtà è divisibile per 19.
Per ovviare a questo inconveniente
basta aggiungere alla radice
quadrata di n, 0.5
Ecco dunque le nostre prove dove
il tempo di esecuzione è andato
progressivamente diminuendo.

PRIMA PROVA

Il ciclo K genera i numeri dispari perchè, a parte 2, i numeri primi sono tutti dispari. Il ciclo J fa il test di divisibilità per ogni K.

```
10 REM:TEMPO 69"
15 CLS:REM PULIZIA SCHERMO
20 PRINT"<DOWN 10> PROVA CRONOMETRATA 1"
25 GET R$:IF R$="" THEN 25
30 CLS
35 TI$="000000"
40 PRINT"    2";
45 C=5
50 FOR K=3 TO 1000 STEP 2
60 FOR J=2 TO SQR(K)
70 Q=K/J
80 IF Q=INT(Q) THEN 130
90 NEXT J
100 C=C+5
110 IF C=25 THEN PRINT:C=5
120 PRINT TAB(C-LEN(STR$(K)));K;
130 NEXT K
140 PRINT:PRINT" TEMPO:";TI$
```

SECONDA PROVA

Il ciclo J fa il test di divisibilità solo con numeri dispari. Se K è dispari è inutile chiedersi se ha dei divisori pari.

```
10 REM:TEMPO 49"
15 CLS:REM PULIZIA SCHERMO
20 PRINT"<DOWN 10> PROVA CRONOMETRATA 2"
25 GET R$:IF R$="" THEN 25
30 CLS
35 TI$="000000"
40 PRINT"    2    3";
45 C=10
50 FOR K=3 TO 1000 STEP 2
60 FOR J=3 TO SQR(K) STEP 2
70 Q=K/J
80 IF Q=INT(Q) THEN 130
90 NEXT J
100 C=C+5
110 IF C=25 THEN PRINT:C=5
120 PRINT TAB(C-LEN(STR$(K)));K;
130 NEXT K
140 PRINT:PRINT" TEMPO:";TI$
```

TERZA PROVA

Prima del ciclo J si fa il test di divisibilità per 3 e per 5. Se il test è positivo si salta il ciclo J.

```
10 REM:TEMPO 40"
15 CLS:REM PULIZIA SCHERMO
20 PRINT"<DOWN 10> PROVA CRONOMETRATA 3"
25 GET R$:IF R$="" THEN 25
30 CLS
35 TI$="000000"
40 PRINT"    2    3    5    7";
45 C=20
50 FOR K=11 TO 1000 STEP 2
55 IF K/3=INT(K/3) OR K/5=INT(K/5) THEN 130
60 FOR J=7 TO SQR(K) STEP 2
70 Q=K/J
80 IF Q=INT(Q) THEN 130
90 NEXT J
100 C=C+5
110 IF C=25 THEN PRINT:C=5
120 PRINT TAB(C-LEN(STR$(K)));K;
130 NEXT K
140 PRINT:PRINT" TEMPO:";TI$
```

QUARTA PROVA

Se K è divisibile per 3 o per 5 viene subito incrementato. Siccome le divisioni sono le operazioni più complicate, ogni test di 2 divisioni è cambiato in una moltiplicazione e una divisione.

```
10 REM:TEMPO 37"
15 CLS:REM PULIZIA SCHERMO
20 PRINT"<DOWN 10> PROVA CRONOMETRATA 4"
25 GET R$:IF R$="" THEN 25
30 CLS
35 TI$="000000"
40 PRINT"    2    3    5    7";
45 C=20
50 FOR K=11 TO 1000 STEP 2
55 IF K=INT(K/5)*5 THEN K=K+2
56 IF K=INT(K/3)*3 THEN K=K+2:
   IF K=INT(K/5)*5 THEN K=K+2
60 FOR J=7 TO SQR(K) STEP 2
80 IF K=INT(K/J)*J THEN 130
90 NEXT J
100 C=C+5
110 IF C=25 THEN PRINT:C=5
120 PRINT TAB(C-LEN(STR$(K)));K;
130 NEXT K
140 PRINT:PRINT" TEMPO:";TI$
```

FREQUENZE NUMERI PRIMI

Il programma, utilizzando il vettore V(C), calcola le frequenze.
Tale programma, con semplici adattamenti, si può utilizzare per il calcolo delle frequenze degli altri tipi di numeri primi.

```
30 CLS:PRINT"10 DOWN- FREQUENZE NUMERI PRIMI"
40 GET R$:IF R$="" THEN 40
50 P=4:T=4:C=1
60 CLS:INPUT"ULTIMO NUMERO";U
70 INPUT"SCANSIONE";S
80 T$=" SCANSIONE":T1$=" FREQUENZE"
100 CLS:PRINT"10 DOWN-     SONO AL LAVORO"
120 FOR K=11 TO U STEP 2
130 IF K=INT(K/5)*5 THEN K=K+2
140 IF K=INT(K/3)*3 THEN K=K+2:
    IF K=INT(K/5)*5 THEN K=K+2
150 IF K>U THEN 210
160 FOR J=7 TO SQR(K) STEP 2
170 IF K=INT(K/J)*J THEN 200
180 NEXT J
190 IF K>S*C THEN V(C)=P:P=0:C=C+1
195 P=P+1:T=T+1
200 NEXT K
210 V(C)=P
215 CLS:PRINT"ULTIMO NUMERO";U
220 PRINT T$;TAB(11);T1$:PRINT
240 FOR C=1 TO 10
250 PRINTTAB(3);C;TAB(14);V(C)
260 NEXT C
270 PRINT"         TOTALE:";T
290 END
```

Frequenze dei numeri primi
da 1 a 10000

INTERVALLO	F
1 - 1000	168
1000 - 2000	135
2000 - 3000	127
3000 - 4000	120
4000 - 5000	119
5000 - 6000	114
6000 - 7000	117
7000 - 8000	107
8000 - 9000	110
9000 - 10000	112
TOTALE	1229

Primi gemelli

Abbiamo visto che i numeri primi sono situati di un' unità al di sopra o al di sotto di 6, o dei suoi multipli.
Quando esistono contemporaneamente, i due numeri primi che differeriscono di 2 si chiamano primi gemelli.
I primi gemelli, man mano che i numeri crescono, diventano sempre più rari.
Il matematico Goldbach (1690-1764), tuttavia, ha congetturato che essi siano infiniti.
La coppia più grande di numeri primi gemelli conosciuta è di 2259 cifre:

107570463 x 10^2250+1
107570463 x 10^2250+3

Un'altra coppia interessante è :

100000009649
100000009651

L'unica tripletta possibile è:

3, 5, 7

```
10 CLS:PRINT"<DOWN 10> NUMERI PRIMI GEMELLI"
20 GET R$:IF R$="" THEN 20
30 CLS:INPUT" ULTIMO NUMERO";U
40 CLS
50 PRINT" 1        3      5"
55 PRINT" 1        5      7"
60 V=7:P=2:T=2
70 FOR K=11 TO U STEP 2
80 IF K=INT(K/5)*5 THEN K=K+2
90 IF K=INT(K/3)*3 THEN K=K+2:
   IF K=INT(K/5)*5 THEN K=K+2
100 FOR J=7 TO SQR(K) STEP 2
110 IF K=INT(K/J)*J THEN 150
120 NEXT J
123 IF K=V+2 THEN L=LEN(STR$(K))
125 IF K=V+2 THEN T=T+1:P=P+1:PRINT T;
127 IF K=V+2 THEN K$=RIGHT$(STR$(K,L-1):
    V$=RIGHT$(STR$(V),L-1)
130 IF K=V+2 THEN PRINTTAB(11-L);V$;TAB(17-L);K$
133 IF P=20 THEN X=1
135 IF X=1 THEN PRINT"      RETURN";
137 IF X=1 THEN GET R$:IF R$="" THEN 137
139 IF X=1 THEN X=0:P=0:CLS
140 V=K
150 NEXT K
160 PRINT"<DOWN 2>     F   I   N   E"
170 GET R$:IF R$="" THEN 170
180 END
```

I numeri primi gemelli
da 1 a 1000

3	5
5	7
11	13
17	19
29	31
41	43
59	61
71	73
101	103
107	109
137	139
149	151
179	181
191	193
197	199
227	229
239	241
269	271
281	283
311	313
347	349
419	421
431	433
461	463
521	523
569	571
599	601
617	619
641	643
659	661
809	811
821	823
827	829
857	859
881	883

Frequenze dei numeri primi gemelli da 1 a 10000

INTERVALLO	F
1 - 1000	35
1000 - 2000	26
2000 - 3000	21
3000 - 4000	21
4000 - 5000	23
5000 - 6000	17
6000 - 7000	19
7000 - 8000	13
8000 - 9000	15
9000 - 10000	15
TOTALE	205

Primi palindromi

Palindromo, dal greco 'palin=indietro' e 'dromos=corsa', corsa all'indietro, indica una stringa alfanumerica che letta da sinistra a destra e da destra a sinistra rimane invariata.
I numeri primi palindromi sono quei numeri che, letti nei due sensi, mantengono inalterato il loro valore.
Hanno una distribuzione abbastanza singolare: esistono solo, a parte 11, se il numero delle cifre è dispari.
Infatti, se le cifre fossero pari, il numero sarebbe divisibile per 11.
Un numero con cifre pari avrebbe una configurazione del tipo a b b a :
ma $a+b-(b+a)=a+b-b-a=0$
la condizione di divisibilità per 11.
Quanti sono i primi palindromi?
Norman T.Gridgeman ha congetturato che siano infiniti.
Numeri primi palindromi interessanti sono le date. L'ultima data palindroma è stata il 18.9.1981
e la prossima è il 19.9.1991

Che siano date palindrome prime?
1891891981=7 x 13 x 17 x 1223
1991991=3 x 663997
Il più grande primo palindromo
è di 2977 cifre:
10^2976+3 x 10^1488
Nel costruire l'algoritmo abbiamo semplificato il lavoro all'elaboratore: i numeri primi finiscono solo per 1, 3, 7, 9,: i numeri analizzati sono solo quelli che iniziano con una di queste quattro cifre.

```
10 CLS:PRINT"<DOWN 10> PRIMI PALINDROMI"
20 GET R$:IF R$="" THEN 20
30 CLS:INPUT " ULTIMO NUMERO";U
35 CLS
40 PRINT" 1          2":
   PRINT" 2          3"
45 PRINT" 3          5":
   PRINT" 4          7"
50 T=5:A=100:B=300:P=5
55 IF K>U THEN 155
60 FOR K=11 TO U STEP 2
62 C$=MID$(STR$(K),2,1)
65 IF K>99 AND C$="2" THEN K=K+A
68 IF K>99 AND C$="4" THEN K=K+B
70 IF K>99 AND C$="8" THEN K=K+A
```

```
75 IF K=1003 THEN K=10001:A=10000:
   B=30000
80 IF K=INT(K/5)*5 THEN K=K+2
90 IF K=INT(K/3)*3 THEN K=K+2:
   IF K=INT(K/5)*5 THEN K=K+2
100 FOR J=7 TO SQR(K) STEP 2
110 IF K=INT(K/J)*J THEN 150
120 NEXT J
130 GOSUB 500
150 NEXT K
155 PRINT
160 PRINT "  F  I  N  E"
170 GET R$:IF R$="" THEN 170
180 POKE 214,19:PRINT""
190 END
500 L=LEN(STR$(K))-1
510 K$=MID$(STR$(K),2,L)
520 FOR H=L TO 1 STEP -1
530 B$=B$+MID$(K$,H,1)
540 NEXT H
545 IF P=21 THEN X=1:P=0
550 IF X=1 THEN PRINT"   RETURN"
555 IF X=1 THEN GET R$:IF R$="" THEN 555
556 IF X=1 AND R$<>""THEN X=0:CLS
557 IF K$=B$ THEN PRINT T;
560 IF K$=B$ THEN PRINT TAB(12-L)K$:T=T+1:P=P+1
570 B$=""
580 RETURN
```

I numeri primi palindromi
da 1 a 100000

2
3
5
7
11

101
131
151
181
191
313
353
373
383
727
757
787
797
919
929

10301
10501
10601
11311
11411
12421
12721
12821
13331
13831
13931
14341
14741
15451
15551
16061
16361
16561
16661
17471
17971
18181
18481
19391
19891
19991
30103
30203
30403
30703
30803
31013
31513
32323
32423
33533
34543
34843
35053
35153
35353
35753
36263
36563
37273
37573
38083
38183
38783
39293
70207

70507
70607
71317
71917
72227
72727
73037
73237
73637
74047
74747
75557
76367
76667
77377
77477
77977
78487
78787
78887
79397
79697
79997

90709
91019
93139
93239
93739
94049
94349
94649
94849
94949
95959
96269
96469
96769
97379
97579
97879
98389
98689

Frequenze dei numeri primi palindromi
da 1 a 100000

INTERVALLO	F
1 - 10000	20
10000 - 20000	26
20000 - 30000	
30000 - 40000	
40000 - 50000	
50000 - 60000	
60000 - 70000	
70000 - 80000	24
80000 - 90000	
90000 - 100000	19
TOTALE	113

Primi palindromi pseudogemelli

I numeri primi palindromi pseudogemelli sono quelle coppie di numeri la cui cifra centrale differisce di una unità.
Ma quante sono le coppie?
Norman T. Gridgeman ha congetturato che siano infinite.

```
10 CLS:PRINT"<DOWN 10> PRIMI PALINDROMI"
15 PRINT:PRINT"    PSEUDO GEMELLI"
20 GET R$:IF R$="" THEN 20
30 CLS:INPUT " ULTIMO NUMERO";U
35 CLS
50 A=100:B=300:M=2:T=1
60 FOR K=101 TO U STEP 2
62 C$=MID$(STR$(K),2,1)
65 IF C$="2" THEN K=K+A
68 IF C$="4" THEN K=K+B
70 IF C$="8" THEN K=K+A
```

```
75 IF K=1003 THEN K=10001:A=10000:
   B=30000:M=3:CP=0:CC=0
80 IF K=INT(K/5)*5 THEN K=K+2
90 IF K=INT(K/3)*3 THEN K=K+2:
   IF K=INT(K/5)*5 THEN K=K+2
100 FOR J=7 TO SQR(K) STEP 2
110 IF K=INT(K/J)*J THEN 150
120 NEXT J
130 GOSUB 500
150 NEXT K
155 PRINT
160 PRINT "  F  I  N  E"
170 GET R$:IF R$="" THEN 170
180 POKE 214,19:PRINT""
190 END
500 L=LEN(STR$(K))-1
510 K$=MID$(STR$(K),2,L)
520 FOR H=L TO 1 STEP -1
530 B$=B$+MID$(K$,H,1)
540 NEXT H
560 IF K$<>B$ THEN 580
565 CC$=MID$(K$,M,1):CC=VAL(CC$)
567 IF CP+1=CC THEN PRINT T;
570 IF CP+1=CC THEN PRINT TAB(10-L)L$;
    TAB(17-L)K$:T=T+1
575 CP=CC:L$=K$
580 B$="":K$=""
590 RETURN
```

I numeri primi palindromi pseudogemelli da 1 a 100000

181	191
373	383
787	797
919	929
10501	10601
11311	11411
12721	12821
13831	13931
15451	15551
16561	16661
19891	19991
30103	30203
30703	30803
32323	32423
35053	35153
38083	38183
70507	70607
77377	77477
78787	78887
93139	93239
94849	94949

Frequenze dei numeri primi palindromi pseudogemelli da 1 a 100000

INTERVALLO	F
1 - 10000	4
10000 - 20000	7
20000 - 30000	
30000 - 40000	5
40000 - 50000	
50000 - 60000	
60000 - 70000	
70000 - 80000	3
80000 - 90000	
90000 - 100000	2
TOTALE	21

Primi palindromi centrali

Nell'insieme dei primi palindromi esistono numeri le cui cifre centrali siano, a loro volta, un numero primo palindromo?
A questa nostra congettura siamo in grado, seppure empiricamente, di rispondere in modo affermativo.
E questi numeri saranno infiniti?

I numeri primi palindromi
centrali da 1 a 100000

131
151
353
373
727
757
929
11311
13831
17971
31013
31513
33533
37273
37573
39293
71317
71917
77977
91019
93139
93739
97579
97879

Frequenze dei numeri primi palindromi centrali da 1 a 100000

INTERVALLO	F
1 - 10000	7
10000 - 20000	3
20000 - 30000	
30000 - 40000	6
40000 - 50000	
50000 - 60000	
60000 - 70000	
70000 - 80000	3
80000 - 90000	
90000 - 100000	5
TOTALE	24

Primi bifronti

I numeri primi bifronti sono quei numeri che letti da destra a sinistra, pur cambiando di valore, sono ancora primi.
Il nostro elaboratore ne ha trovati tanti: che siano infiniti?

```
10 CLS:PRINT"<DOWN 10>    PRIMI BIFRONTI"
20 GET R$:IF R$="" THEN 20
30 CLS:INPUT" ULTIMO NUMERO";U
35 CLS:T=1
60 FOR K=11 TO U STEP 2
80 IF K=INT(K/5)*5 THEN K=K+2
90 IF K=INT(K/3)*3 THEN K=K+2:
   IF K=INT(K/5)*5 THEN K=K+2
95 IF K>U THEN 155
100 FOR J=7 TO SQR(K) STEP 2
110 IF K=INT(K/J)*J THEN 150
120 NEXT J
125 B$=""
130 GOSUB 500
```

```
150 NEXT K
155 PRINT
160 PRINT"   F  I  N  E"
170 GET R$:IF R$="" THEN 170
180 POKE 214,19:PRINT""
190 END
500 L=LEN(STR$(K))-1
510 K$=MID$(STR$(K),2,L)
520 FOR K=L TO 1 STEP -1
530 B$=B$+MID$(K$,H,1)
540 NEXT H
545 IF B$=K$ THEN 600
550 B=VAL(B$)
555 IF B=INT(B/5)*5 THEN 600
560 IF B=INT(B/2)*2 THEN 600
565 FOR J=7 TO SQR(B) STEP 2
575 IF B=INT(B/J)*J THEN 600
580 NEXT J
585 IF K>B THEN 600
590 PRINT T;TAB(9-L)K;TAB(15-L)B
592 IF T=INT(T/20)*20 THEN X=1:
    GET R$:IF R$="" THEN 592
594 IF X=1 THEN CLS:X=0
596 T=T+1
600 RETURN
```

I numeri primi bifronti
da 1 a 1000

13	31
17	71
37	73
79	97
107	701
113	311
149	941
157	751
167	761
179	971
199	991
337	733
347	743
359	953
389	983
709	907
739	937
769	967

Frequenze dei numeri primi bifronti
da 1 a 10000

INTERVALLO	F
1 - 1000	18
1000 - 2000	51
2000 - 3000	
3000 - 4000	29
4000 - 5000	
5000 - 6000	
6000 - 7000	
7000 - 8000	18
8000 - 9000	
9000 - 10000	4
TOTALE	120

Primi pluriunitari

I numeri primi pluriunitari sono quei numeri primi le cui cifre sono tutte uguali a 1.
Il più piccolo primo pluriunitario è 11
E per molto tempo si ritenne fosse l'unico.
Nel 1918 Oscar Hoppe riuscì a dimostrare che 1111111111111111111
è primo.
In seguito si sono scoperti numeri primi pluriunitari con 23 e 317 uno.
Attualmente il più grande è fatto di 1031 uno.
Sappiamo che se il numero degli uno è pari, a parte l'11, il numero non è primo.
Si congettura che, condizione necessaria ma non sufficiente, il numero degli uno debba essere un numero primo.

Primi fattoriali + 1

Il fattoriale di un numero n è il prodotto di tutti i numeri minori o uguali ad n, e si indica : n!
Per convenzione 0!=1
Il fattoriale di un numero è, ovviamente, un numero composto.
Ma il fattoriale di un numero aumentato di 1 può essere primo o composto.

0!+1=2
1!+1=2
2!+1=3
3!+1=7
4!+1=25 composto
11!+1=39916801

Il più grande numero primo fattoriale è: 1477!+1

Cifre finali dei numeri primi

Un numero primo non può terminare né per zero, né per due, né per quattro, né per sei, né per otto perché sarebbe pari e quindi divisibile almeno per due.
Non può terminare per cinque perchè ammetterebbe come divisore anche il cinque; non restano quindi che quattro possibili cifre finali :
1, 3, 7, 9 a parte, ovviamente, i numeri primi 2 e 5.
Da un esame statistico che abbiamo fatto le cifre finali sono distribuite equamente: nessun primo, cioè, ne predilige qualcuna in particolare.

```
10 CLS:PRINT"10 DOWN- FINALI NUMERI PRIMI"
15 GET R$:IF R$="" THEN 15
20 CLS:IMPUT"ULTIMO NUMERO";U
45 CLS:T=5:P=5
47 PRINT" 1         2":PRINT" 2         3"
49 PRINT" 3         5":PRINT" 4         7"
50 FOR K=11 TO U STEP 2
60 IF K=INT(K/5)*5 THEN K=K+2
70 IF K=INT(K/3)*3 THEN K=K+2:
   IF K=INT(K/5)*5 THEN K=K+2
75 IF K>U THEN 165
80 FOR J=7 TO SQR(K) STEP 2
90 IF K=INT(K/J)*J THEN 160
100 NEXT J
110 K$=RIGHT$(STR$(K),1)
120 PRINT P;TAB(9) K$
122 IF T=20 THEN GET R$:IF R$="" THEN 122
125 IF T=20 THEN T=0:CLS
155 T=T+1:P=P+1
160 NEXT K
165 PRINT"  F I N E"
```

Frequenze delle cifre finali
dei numeri primi da 1 a 10000

CIFRE	1-1000	1-10000
UNO	40	306
DUE	1	1
TRE	42	310
CINQUE	1	1
SETTE	46	308
NOVE	38	303
TOTALE	168	1229

Versi finali

Facendo corrispondere alle cifre finali dei primi 25 numeri primi delle parole di ugual numero di lettere si possono ottenere dei 'nonsense'.

2 3 5 7

1
3
7
9
3
9
1
7
1
3
7
3
9
1
7
1
3
9
3
9
7

il mio gatto ribelle

e
lui
piccolo
sudicione
fra
crostacei
e
ravioli
a
noi
miagola
con
tristezza
e
malizia
e
noi
poveretti
non
pranziamo
affatto

Valeria

il mio libro profano

o
mio
signore
marciando
tra
cristiani
e
gesuiti
i
due
tolomei
con
minigonne
e
calzari
a
sei
pendolari
ora
sganciano
anatemi

Matteo

il tuo servo marylin

o
mia
adorata
sirenella
sei
scivolata
a
damasco
e
mai
disseti
con
decisione
i
tartufi
e
tra
leggiadri
ori
trastulli
vigneti

Cesare

la mia bella venezia

l'
ora
passata
trascorsa
con
sorelline
e
parenti
è
già
scaduta
ora
veneziane
a
tessera
i
jet
romagnoli
fan
abilmente
fuggire

Luana

la mia mappa fiorita

ò
una
regione
forestale
per
osservare
i
cavalli
e
due
colibrì
che
fischiano
o
parlano
e
con
timidezza
ora
osservano
cascate

Sonia

là sul colle volerai

l'
ira
funesta
strillava
per
assordare
i
bambini
e
poi
achille
con
raffaella
e
valeria
i
nei
sezionava
tra
lucertole
troiane

Rossella

la tua spina disgela

è
tuo
obbligo
osservare
tra
seggiovie
e
skilift
i
bei
ragazzi
che
surgelati
e
stanchi
i
bob
dipingono
tra
cerbiatti
curiosi

Sonia

la via della ventura

è
già
mattina
viaggiate
col
traghetto
v'
aspetto
e
voi
verrete
qui
porterete
a
mantova
i
bei
programmi
del
possibile
viaggio

Lorna

le sue paure erranti

e
con
paurose
battaglie
tra
rimpianti
e
ricordi
l'
ira
pesante
ora
rigurgita
i
soldati
a
rio
lottavano
per
ammazzare
trotskj

Serena

le tre belle cicogne

e
poi
ascolto
sussurrar
con
tristezza
i
passeri
e
tre
cicogne
che
signorili
e
gioviali
e
pur
affannate
fan
rallegrar
giunone

Rossella

lo zio degli inganni

o
zio
usuraio
ingannato
dai
narcotici
e
suonato
a
rho
vestivi
con
illusione
e
venduti
i
bei
pantaloni
con
titubanza
svenivi

Davide

ma noi siamo libertà

e
noi
ragazzi
cerchiamo
una
innocente
e
volante
e
non
demente
non
desolante
e
carente
e
non
spossante
non
sfuggente
libertà

Giovanna

oh mio genio euclide

i
bei
momenti
gagliardi
son
terminati
o
geniale
o
mio
signore
che
intrepido
e
potente
a
noi
enuncerai
sei
magnifici
assiomi

Valeria

se dei ladri evadono

i
tre
custodi
preparati
all'
emergenza
l'
allarme
k
fan
suonare
con
castorini
e
filovie
i
sei
depravati
lor
cercheran
cosìsia

Lorna

tu fai verdi sonetti

o
voi
canneti
sensibili
all'
industria
e
altresì
o
voi
governi
che
inquinate
e
falsate
i
bei
colombini
dei
banchieri
iridati

Emanuele

tu sol senza formule

i
tre
piccini
numerelli
con
pantofole
e
gemelli
a
sei
dispari
con
diagrammi
l'
ascissa
a
lei
collegano
con
analitica
gelosia

Chiara

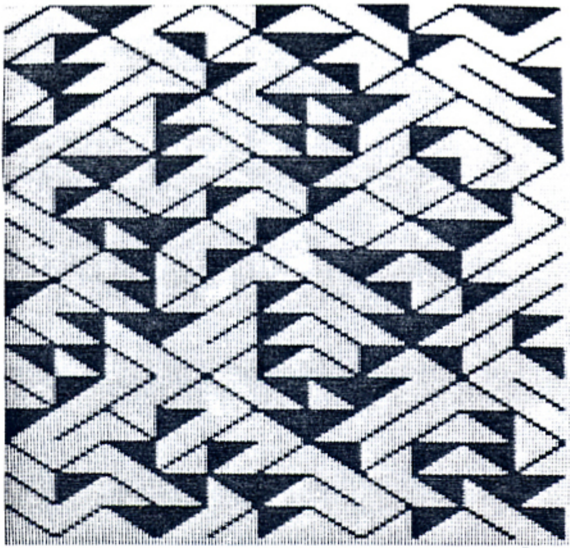
Computer graph

Facendo corrispondere alle cifre finali dei numeri primi da 11 a 1151 quattro caratteri a scelta, si possono ottenere delle simpatiche configurazioni grafiche.

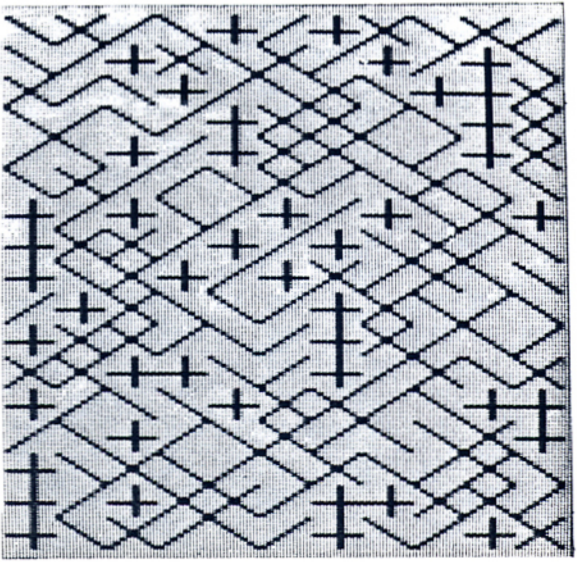
```
10 CLS:PRINT"<DOWN 10>    COMPUTER GRAPH"
15 GET R$:IF R$="" THEN 15
20 CLS:PRINT:INPUT" 1 CARATTERE";A$
25 PRINT:INPUT" 2 CARATTERE";B$
30 PRINT:INPUT" 3 CARATTERE";C$
40 PRINT:INPUT" 4 CARATTERE";D$
45 CLS:PRINT"<DOWN 2>"
47 T=1:PRINTTAB(5)C$
```

```
50 FOR K=11 TO 1151 STEP 2
60 IF K=INT(K/5)*5 THEN K=K+2
70 IF K=INT(K/3)*3 THEN K=K+2:
   IF K=INT(K/5)*5 THEN K=K+2
80 FOR J=7 TO SQR(K) STEP 2
90 IF K=INT(K/J)*J THEN 160
100 NEXT J
110 K$=RIGHT$(STR$(K),1)
117 IF T=11 THEN T=0:PRINT
120 IF K$="1" THEN PRINTTAB(5+T)A$;
130 IF K$="3" THEN PRINTTAB(5+T)B$;
140 IF K$="7" THEN PRINTTAB(5+T)C$;
150 IF K$="9" THEN PRINTTAB(5+T)D$;
155 T=T+1
160 NEXT K
170 GET R$:IF R$="" THEN 170
180 PRINT
```

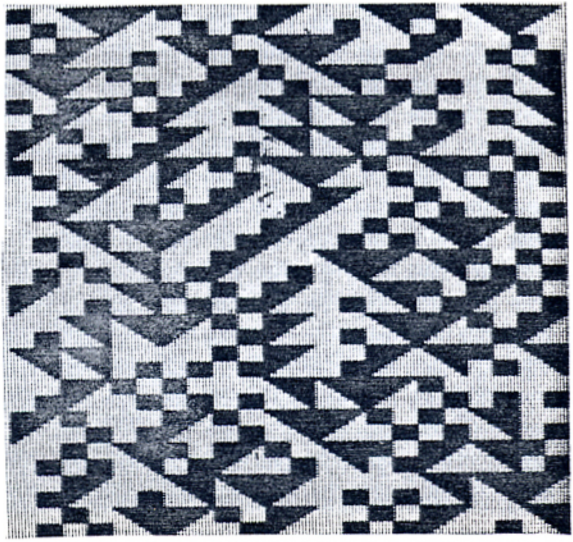
cesare



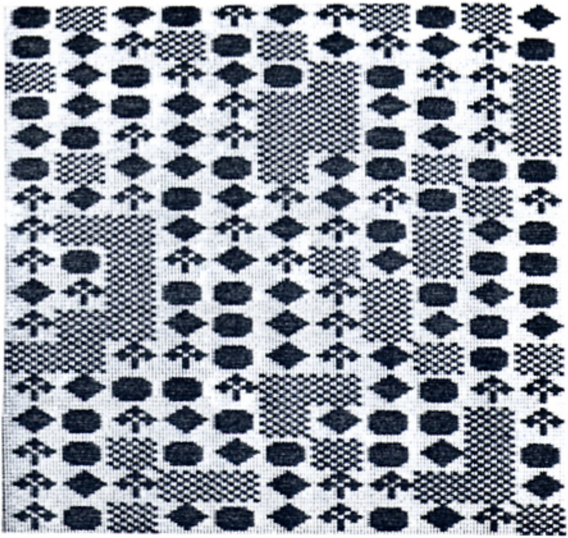
dario



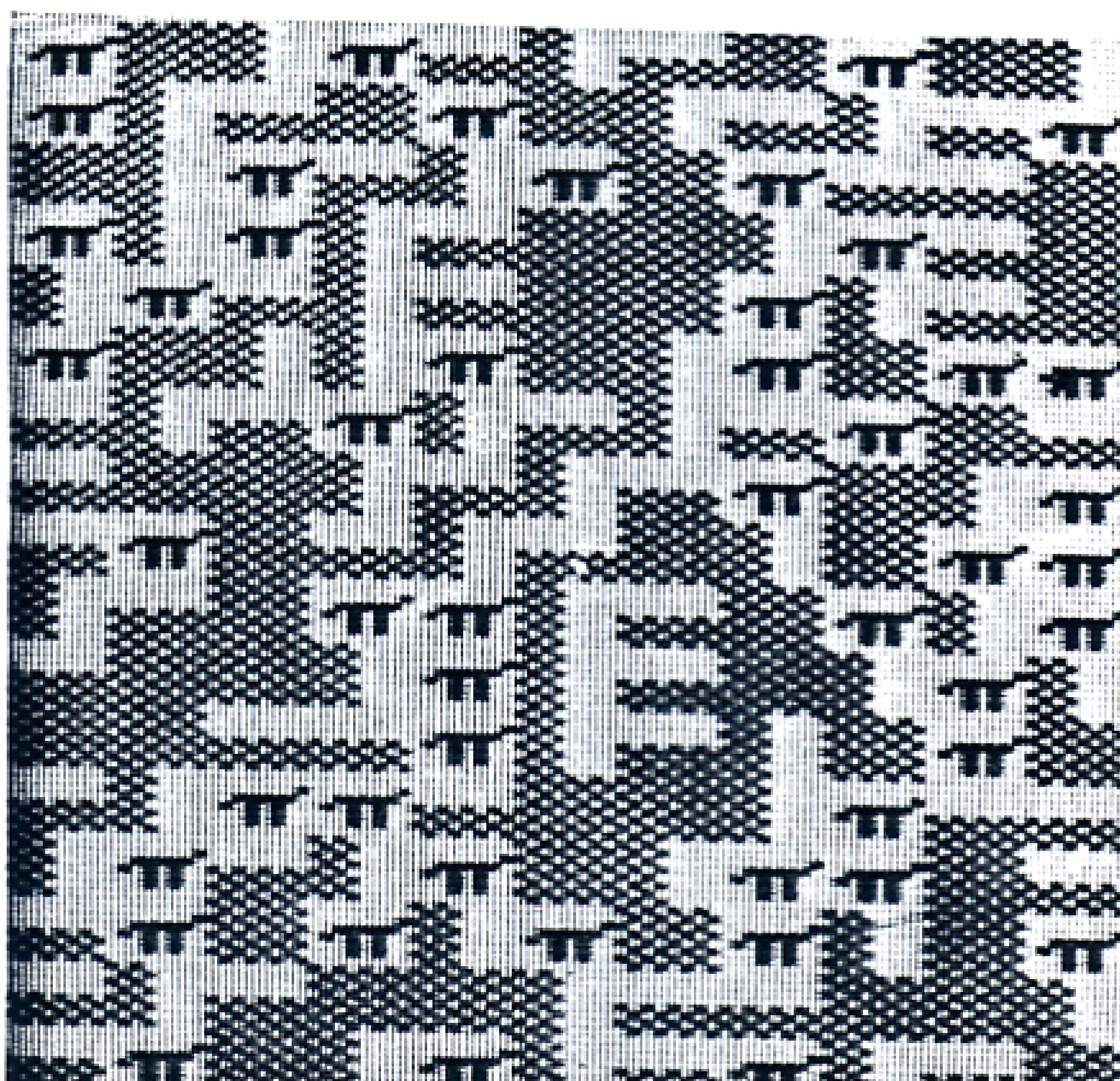
davide



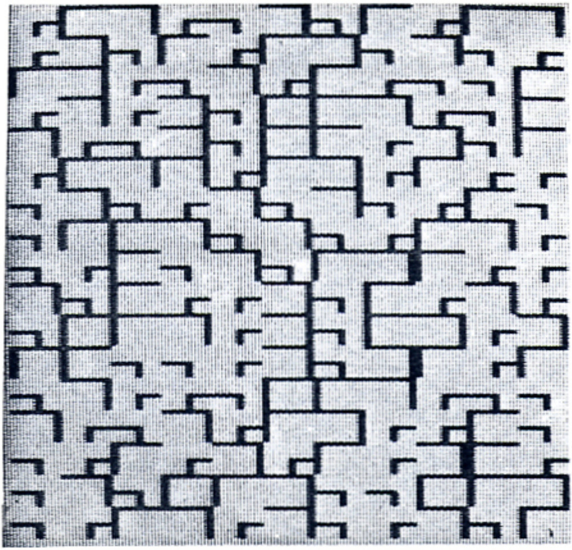
emanuele



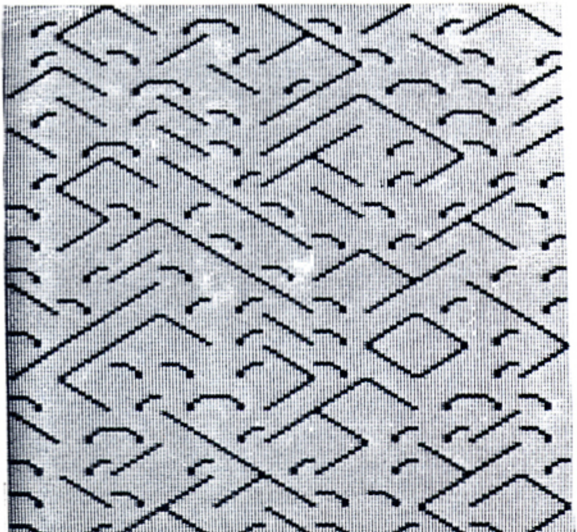
giovanna



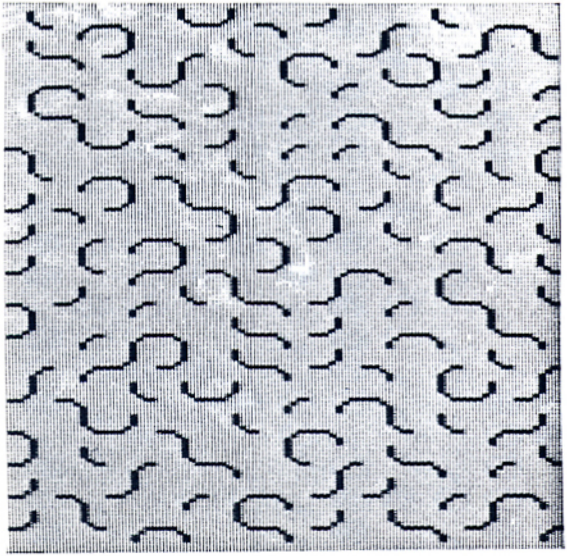
lorna .



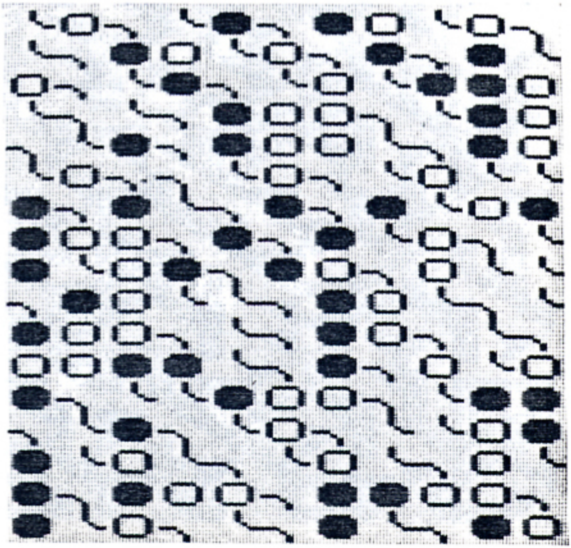
rossella



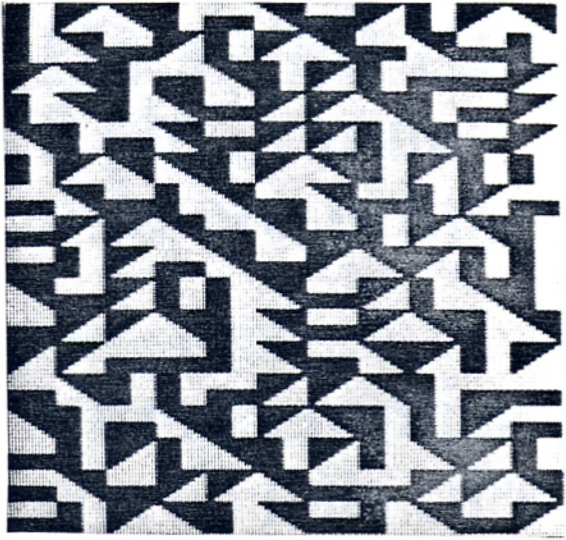
stefanomi



valeria



vic 20



Dopo una ricerca matematica durata tre anni

Numero primo di 6533 cifre scoperto da due diciottenni

LA STAMPA - 1978

E' stato scoperto da Slowinski

Ha 39.751 cifre il più grande numero primo

TUTTOSCIENZE 1984 - 1986

Nuovo record del matematico Slowinski

Un numero primo con 65 mila cifre

Primes' sinkers

I Primes' sinkers - cacciatori di numeri primi- sono quei matematici che, con grossi elaboratori, hanno trovato i più grandi numeri primi.

DAVID SLOWINSKI

2^216091-1	65050 cifre
2^132049-1	39751
2^ 86243-1	25692
2^ 44497-1	13395

HARVEY DUBNER

217833x10^7150+1	7156 cifre

CURT NOLL

2^ 23209-1	6987

L.NICKEL - C.NOLL

2^ 21701-1	6533

BRYANT TUCKERMAN

2^ 19937-1	6002

Bibliografia

AA.VV.
Oulipo, la letteratura potenziale
Clueb
R.COURANT - H.ROBBINS
Che cos'è la matematica?
Boringhieri
T.DANTZIG
Il numero, linguaggio della scienza
La Nuova Italia
PH.J.DAVIS
Il mondo dei grandi numeri
Zanichelli
M.GARDNER
L'universo ambidestro
Zanichelli
M.GARDNER
Show di magia matematica
Zanichelli
E.PICUTTI
Sul numero e la sua storia
Feltrinelli

hanno collaborato:

Cesarecancellieri
Chiaracopelli
Dariopedrioli
Davidebottarelli
Emanuelesaccani
Giovannasaggiani
Lornacampari
Luanafiorini
Lucapecorari
Matteogiovannini
Rossellaavanzi
Serenameschieri
Soniafrignani
Stefanomagnanini
Stefanomichellini
Valeriaferrari
Vic20

Mantova - giugno 87