

# Ragionare in classe: facciamo matematica

Laura Giovannoni

*«Preserva il tuo diritto a pensare, perché anche pensare in modo sbagliato è sempre meglio che non pensare affatto»*

*Archimede ed Ipazia, i grandi matematici  
del mondo greco-romano*

*Premio Cesare Cancellieri , 1<sup>^</sup>edizione*

# Che cosa resta della matematica finita la scuola?

- **Immagine** legata a

NUMERI

RIGORE

FORMULE

FIGURE

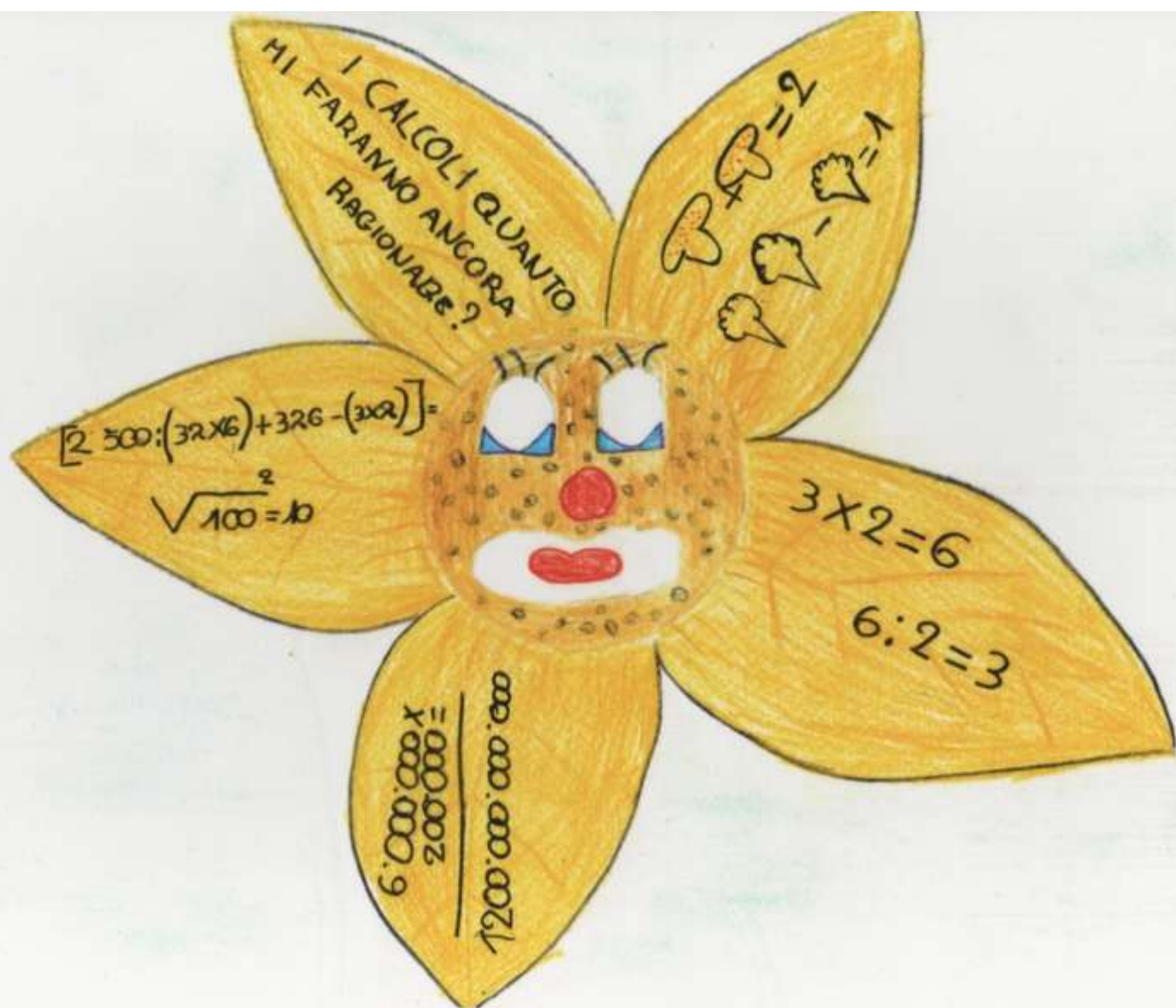


EMOZIONI

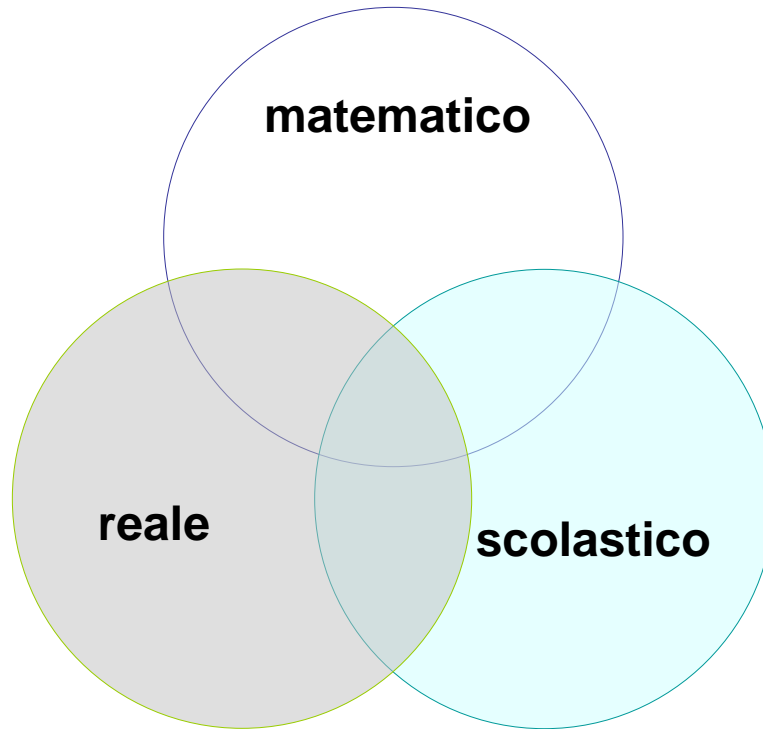
RAGIONAMENTO

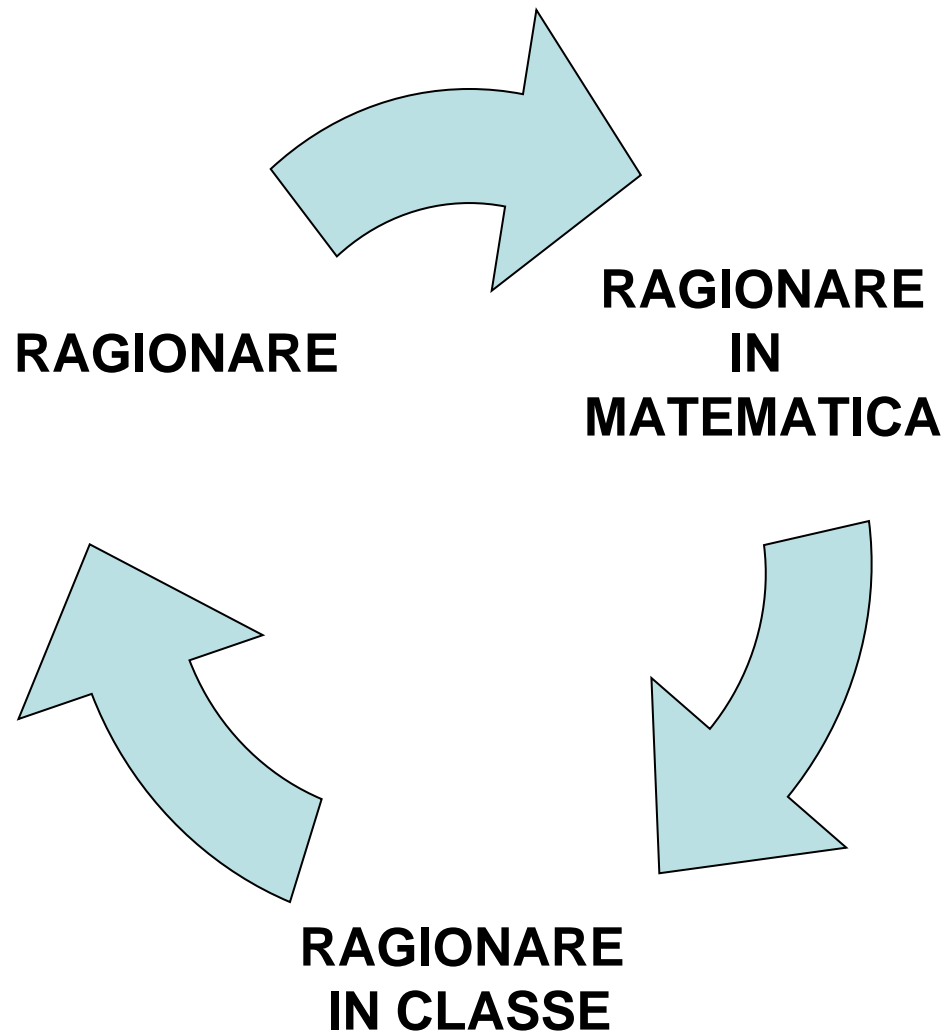
- **A che cosa serve la matematica ?**

... .. a ragionare!



# RAGIONARE ... .. MA IN QUALE CONTESTO ?





# Ragionamento

- «Per ragionamento si intende l'insieme dei processi mentali in cui vengono ricavate delle *inferenze*, cioè **l'insieme dei processi attraverso cui vengono elaborate nuove conoscenze a partire da conoscenze date.**

Le conoscenze date sono le *premesse*, quelle inferite sono le *conclusioni* del processo di ragionamento. L'insieme di premesse e conclusioni è definito *argomento* o anche, usando il termine che di solito è riservato alla sola conclusione, *inferenza.*»

[Giroto, 1994, p.12]

## USIAMO IL RAGIONAMENTO

- nella comunicazione orale
- nella comprensione di un testo scritto
- nella risoluzione di un problema
- per prendere decisioni
- per formulare giudizi
- .....

## **INFERENZE IMPLICITE**

LA CONCLUSIONE è TRATTA  
SULLA BASE DI

### **INFORMAZIONI AGGIUNTE**

DAL SOGGETTO

SULLA BASE DELLE  
PREMESSE ESPLICITE

## **INFERENZE ESPLICITE**

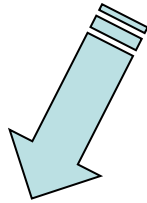
LA CONCLUSIONE è TRATTA

**SOLO** DA PREMESSE

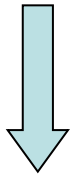
ESPLICITAMENTE TRASMESSE



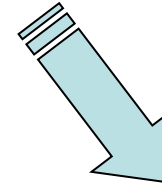
# INFERENZE ESPLICITE



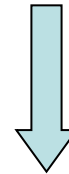
DI TIPO  
**DEDUTTIVO**



**ESEMPIO:**  
DAL GENERALE AL  
PARTICOLARE



DI TIPO  
**INDUTTIVO**



**ESEMPIO:**  
DAL PARTICOLARE AL  
GENERALE

# ESEMPI

PREMESSE:

questo fiore non è rosso  
tutti i papaveri sono rossi

CONCLUSIONE:

questo fiore non è un papavero

PREMESSA:

tutti i cigni che ho visto  
sono bianchi

CONCLUSIONE

Tutti i cigni sono bianchi

per ogni  $n$   $m$  naturali

$2n+1$  è dispari

$2m+1$  è dispari

$$(2n+1)+(2m+1) = 2n+1+2m+1$$

$$2n+2m+2 = 2(n+m+1)$$

La somma di due dispari è pari

$$3+5=8$$

$$7+7=14$$

$$9+3=12$$

.....

La somma di due dispari è  
pari

La logica permette di stabilire se  
una inferenza è *valida*

LE INFERENZE INDUTTIVE NON SONO  
LOGICAMENTE VALIDE!

TRA LE INFERENZE DEDUTTIVE **ALCUNE** SONO LOGICAMENTE VALIDE.

## ESEMPI

Se A allora B

A

\_\_\_\_\_ dunque

B

**INFERENZA VALIDA**

Se A allora B

non A

\_\_\_\_\_ dunque

non B

**INFERENZA NON VALIDA**

LO STUDIO DELLA VALIDITÀ DELLE INFERENZE DEDUTTIVE È FONDAMENTALE PER LA MATEMATICA IN QUANTO CARATTERIZZA IL **METODO MATEMATICO**

## •DEDUZIONE E SENSO COMUNE

Quando ci viene chiesto di ragionare ci sentiamo a nostro agio soprattutto quando

**IL NOSTRO PENSIERO È SOSTENUTO DAL SENSO COMUNE**

La mente umana non si impegna facilmente nella manipolazione di simboli “privi di significato” o **nell’USO DELLA LINGUA FUORI DA UN CONTESTO TEMPORALE SIGNIFICATIVO**

Trattare convenzionalmente la lingua è molto diverso dal modo naturale di **SERVIRSENE**

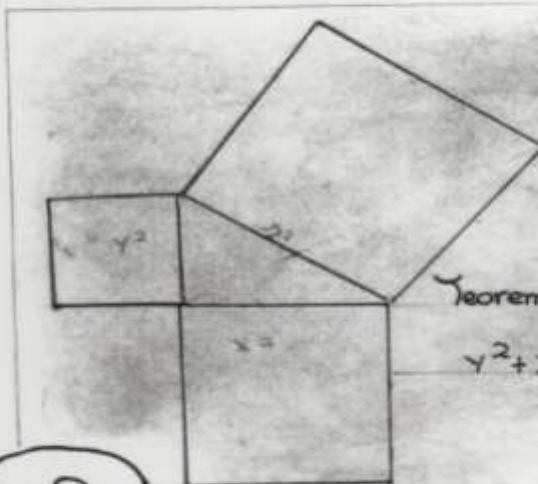
# Ragionare in matematica



# Matematica

$\sqrt{105}$

$(5)^3$



Teorema di Pitagora

$$y^2 + x^2 = z^2$$

EH?



))

16:0



$5^4 : 4^4$

# Ragionare in matematica

- Aspetto intuitivo, euristico
- Aspetto rigoroso, sistematico, con risultati inquadrati in teorie deduttive in cui nulla è concesso all'intuizione
- Ruolo del linguaggio :
  - solo a parole (linguaggio formale)
  - senza parole (figure, diagrammi)
- Ruolo della tecnologia (algoritmi, informatica)

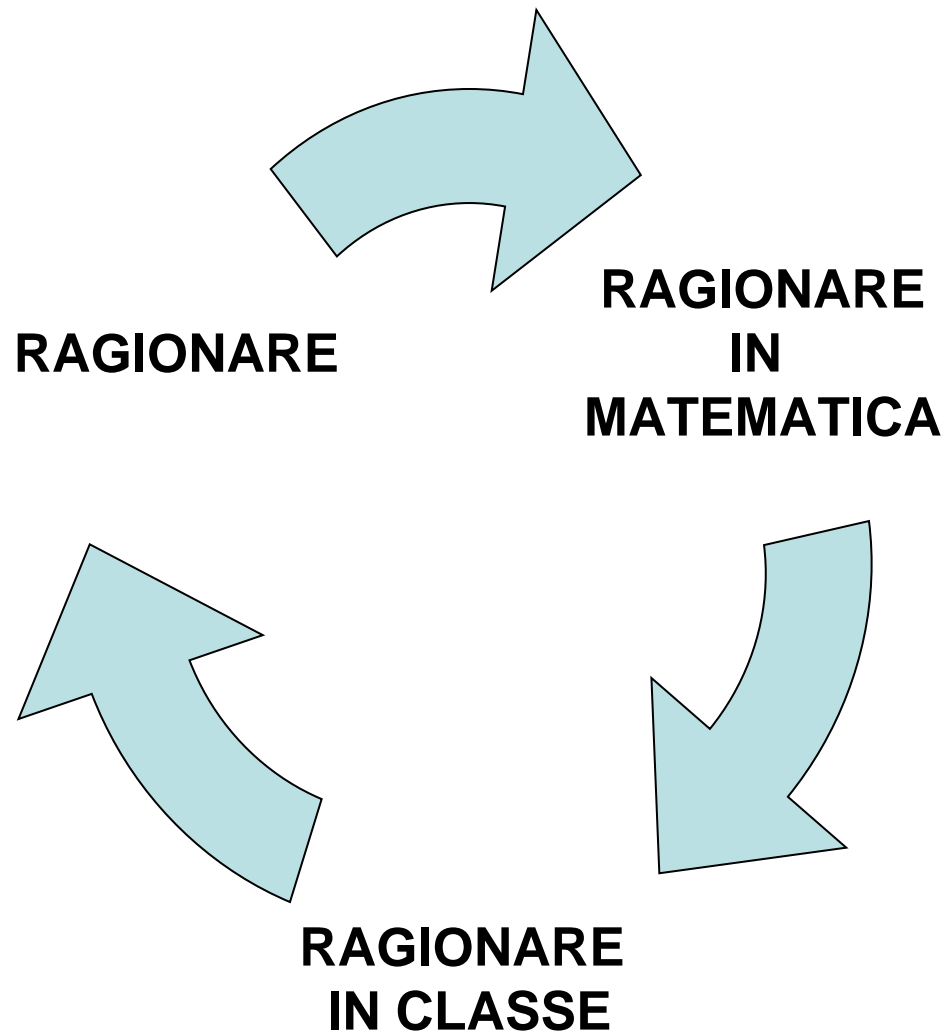




Se con l'intuizione, con la discussione, con le prove, con le esperienze si fanno scoperte nuove

**è solo con la deduzione che si costruiscono teorie matematiche.**

PER IL MATEMATICO LA DEDUZIONE È UNA ATTIVITÀ RICCA DI EMOZIONI POSITIVE



# RAGIONARE IN CLASSE



# Ragionare in classe

- I programmi scolastici
- In classe: vivono ragionamenti di tipo implicito e esplicito

# RAGIONAMENTI **IMPLICITI O DI TIPO INDUTTIVO**

Situazioni in cui dalle informazioni, dai fatti, dalle esperienze, si traggono conclusioni nuove

## •**INTUIZIONE**

come la necessità di un elemento estraneo che entri in gioco a spiegare ciò che è avvenuto (Furinghetti, 1992)

o come **senso comune** (Fischbein, 1993)

L'attenzione viene posta **AL CONTENUTO**, le proposizioni in gioco si concatenano su relazioni di **INCLUSIONE DI SIGNIFICATI**

Se ... allora ...      ma allora      dunque      perciò servono ad esplicitare queste relazioni

**Nei ragionamenti espliciti di tipo deduttivo, le proposizioni non intervengono in funzione del loro contenuto**

ma in funzione del loro statuto operativo, cioè del posto che viene assegnato loro preliminarmente nel funzionamento del passo (Duval 1996)

Se ... allora    ma    dunque    perciò

sono relazioni logiche usate non in funzione del contenuto.

## L'ALLIEVO ... MESCOLO

- COMPETENZE COGNITIVE CON L'APPARATO DEDUTTIVO CHE INVADE LA MATEMATICA
- LE POSSIBILI STRATEGIE EURISTICHE APPRESE CON L'ORGANIZZAZIONE DEDUTTIVA
- MANTIENE UNA FORTE ATTENZIONE AL CONTENUTO E CARATTERIZZA LA DEDUZIONE CON L'USO PREVALENTE DELLE ESPRESSIONI  
SE ... ALLORA ..., DUNQUE, QUINDI,....

I PROGRAMMI SCOLASTICI PONGONO LA DEDUZIONE  
COME **PUNTO D'ARRIVO** ... ..

MA IN MOLTI MOMENTI PRECEDENTI L'ALLIEVO è  
IMPEGNATO, VOLONTARIAMENTE O NO, IN DEDUZIONI  
PIÙ O MENO DIRETTE.

MENTRE IL MATEMATICO è FORTEMENTE MOTIVATO A  
DEDURRE

QUESTA MOTIVAZIONE MANCA AGLI ALLIEVI, SPESSO  
LA DEDUZIONE NON HA PRESA EMOTIVA.

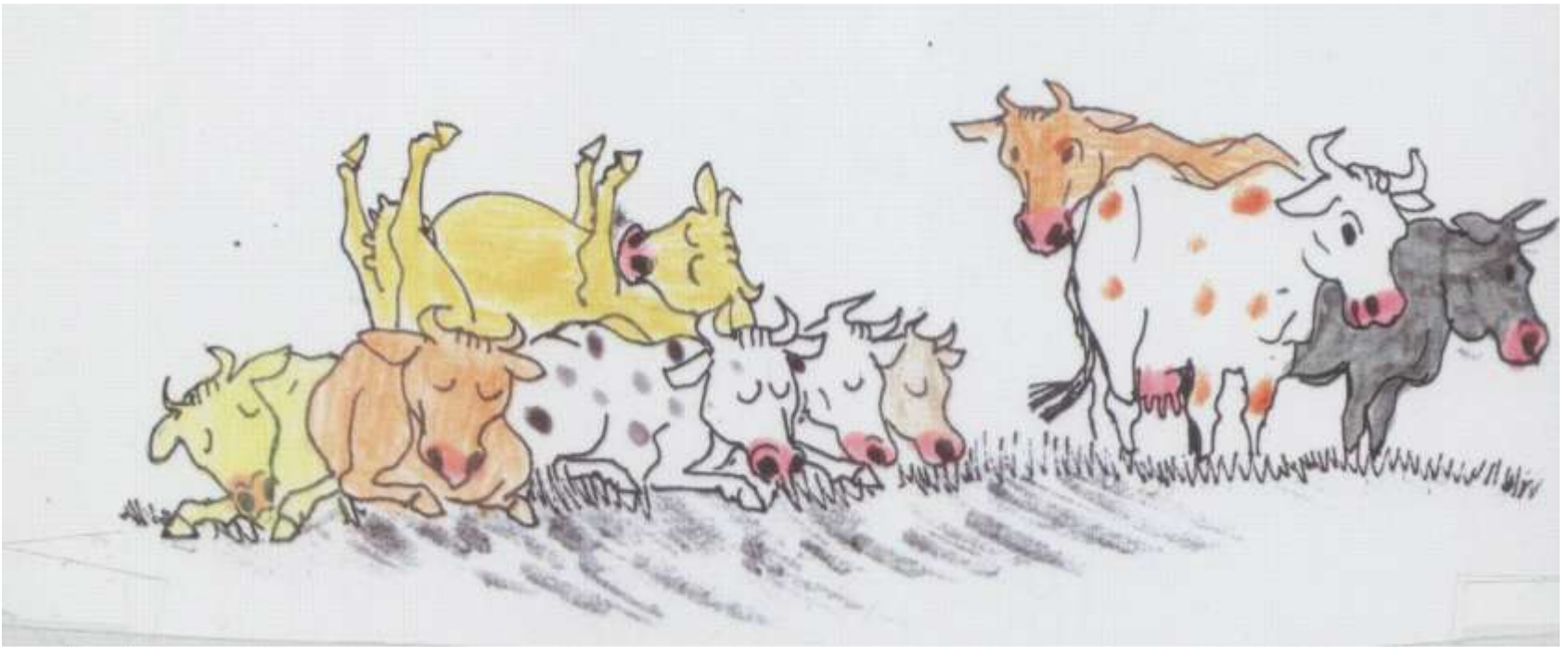


Questo bambino non sa  
ragionare!

I ragazzi non ragionano più!

Che cosa significa?

Come ragionano i bambini?



- **SONO DI PIÙ LE MUCCHE O LE MUCCHE CHE DORMONO?**

scuola dell'infanzia    Le mucche che dormono  
                                  Le mucche tutte insieme  
                                  Le mucche sveglie  
                                  Le mucche

Seconda elementare    31 su 36 hanno detto Le mucche che dormono



- SONO DI PIÙ I POMPIERI  
O I POMPIERI CON IL  
CASCO?

11 su 28 dicono i pompieri

- SONO DI PIÙ **TUTTI** I  
POMPIERI O I POMPIERI  
CON IL CASCO?

27 su 28 dicono tutti i  
pompieri

- i bambini fanno attenzione alla lingua e la lingua dei bambini non coincide con quella degli adulti

Le ricerche hanno evidenziato come

- i difetti di comunicazione
- le situazioni presentate
- l'uso della lingua nella comunicazione insegnante allievo

possano modificare i risultati

**Schema valido**

**«*modus ponens*»**

**Se A allora B**

**A**

**dunque B**

Se piove allora prendiamo l'ombrello.

Oggi piove, dunque ... ..

Se il semaforo è rosso, la macchina si ferma.

Il semaforo è rosso, dunque ... ..

Se i coccodrilli hanno le ali allora i gatti hanno le piume. I coccodrilli hanno le ali, dunque ... ..

1.

La necessità di **aggiungere informazioni alle premesse date** facendo riferimento all'esperienza personale e aggiungendo spiegazioni alla risposta

**Se fa freddo metto il cappotto. Fa freddo, dunque....**

**« Metto il cappotto »**

Michele **pesante**                      Valentina **caldo**

Davide **nuovo**

**Antonio e il cappello e il paraorecchie sotto il cappello**

**Se il semaforo è rosso, la macchina si ferma. Il  
semaforo è rosso, dunque ... ..**

**« la macchina si ferma »**

**MA** *perché il vigile dà la multa*

*quando c'è verde si può passare*

*con il giallo si può passare ma bisogna far presto che poi  
viene rosso*

Francesco:

*una volta lo sai che mio padre, c'era il vigile e ha dato la multa?*

Eleonora:

*se no se c'è il vigile, anche se non c'è però, la danno la multa*



**Se schiaccio il bottone, allora si accende la luce.  
Schiaccio il bottone, dunque ... ..**

Veronica:

Si accende però qualsiasi cosa: la luce della tele, la luce del corridoio. Nella mia casa di sabato mia mamma ha acceso l'aspirapolvere e la lavatrice e la televisione: due volte è saltata la valvola e siamo rimaste al buio.

2.

La necessità di **temporalizzare la situazione**  
attribuendo il valore di verità alle premesse

## Uso degli **avverbi temporali** ....

*Dopo si accende la luce*

*La luce si spegne* (se prima si era accesa,  
schiacciando ancora si spegne)

**Se piove allora prendiamo l'ombrello.**

**Oggi piove, dunque ... ..**

Pasquale contesta *Oggi non piove*

Antonio *Oggi c'è il sole*

Sofia *Allora è sbagliato*

3.

L'eventualità di *non considerare o contestare una premessa*, soprattutto quando il ragionamento proposto implica un coinvolgimento emotivo

**Se Leo fa il compleanno, allora la maestra porta la torta:  
Oggi è il compleanno di Leo, dunque ... ..**

**Nessuno** dei bambini intervistati conclude con  
**la maestra porta la torta**

**Ma**      *Ne compie 6*      *Ne aveva 3 adesso ne ha 4*  
          *Ci devo andare*      *Gli portano tanti regali*

**Se piove allora prendiamo l'ombrello.  
Oggi piove, dunque ... ..**

*Allora si sta dentro*      *dopo viene il temporale e i tuoni*  
*Sto in casa a giocare con l'aereo*

**Se i coccodrilli hanno le ali allora i gatti hanno le piume. I coccodrilli hanno le ali, dunque ... ..**

*Ma i coccodrilli non hanno le ali*

*Ma non è vero*

*Possono volare*

*Possono prendere le prede che volano*

*Il gatto ha la coda e il coccodrillo ha le zampe*

*No, i coccodrilli non hanno le ali*

***Sono coccodrilli che vivono in un paese straniero***

**Se i coccodrilli hanno le ali allora i gatti hanno le piume. I coccodrilli hanno le ali, dunque ... ..**

Conclusioni “logiche”

Francesca: **i pesci hanno le zampe**

Massimiliano: **le oche hanno la pelle d’oca**

Dario: **i gatti hanno le piume e gli uccelli hanno il pelo**

4.

Un possibile atteggiamento è che i bambini abbiano **ascoltato e colto la struttura linguistica concludendo la frase in analogia alla prima premessa** , come se le parole ***dunque* e *allora*** fossero equisignificanti.



## Ripetizione delle premesse prima di rispondere

Iacopo e Matteo: concludono **L'ombrello** in due ragionamenti diversi scegliendo **la stessa conclusione linguistica**

Veronica : *non so, non ho sentito la parola*

L'**attenzione** non sarebbe rivolta AL SIGNIFICATO DELLE PAROLE DETTE né tanto meno ALLE RELAZIONI LOGICHE ma più

**all'intenzione del discorso  
pronunciato dall'insegnante**

e

**alla situazione complessiva  
(insegnante/bambino/scuola)**

**INTUIRE E ASSECONDARE L'INTENZIONE DELLA  
COMUNICAZIONE**

NON SA RAGIONARE .....

## **Valutare criticamente**

- le “regole logiche” degli allievi
- quanto si discostano da quelle attese
- Su quale aspetto è posta l’attenzione .....
- Qual è il loro atteggiamento ...
- Qual è l’immagine della disciplina



Immagina di dover progettare un libro di matematica.  
Prova a inventare un titolo e disegna come vorresti che fosse la copertina.



CLASSE 1<sup>a</sup> B

NOME Sofia

INSALATA

di

NUMERI

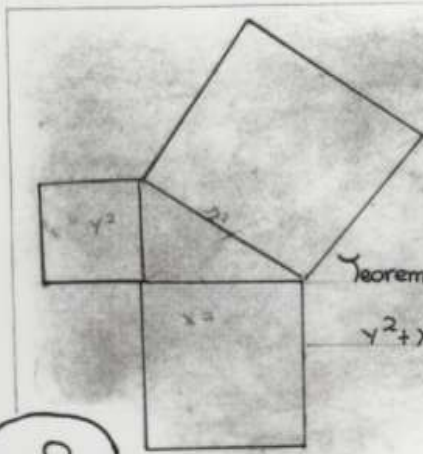




# Matematica

$\sqrt{105}$

$(5)^3$



Teorema di Pitagora  
 $y^2 + x^2 = z^2$

EH?



)

16:0



$5^4:4^4$



