

Ragionare in classe: facciamo matematica

Laura Giovannoni

«Preserva il tuo diritto a pensare, perché anche pensare in modo sbagliato è sempre meglio che non pensare affatto»

*Archimede ed Ipazia, i grandi matematici
del mondo greco-romano*

Premio Cesare Cancellieri , 1[^]edizione

Che cosa resta della matematica finita la scuola?

- **Immagine** legata a

NUMERI

RIGORE

FORMULE

FIGURE

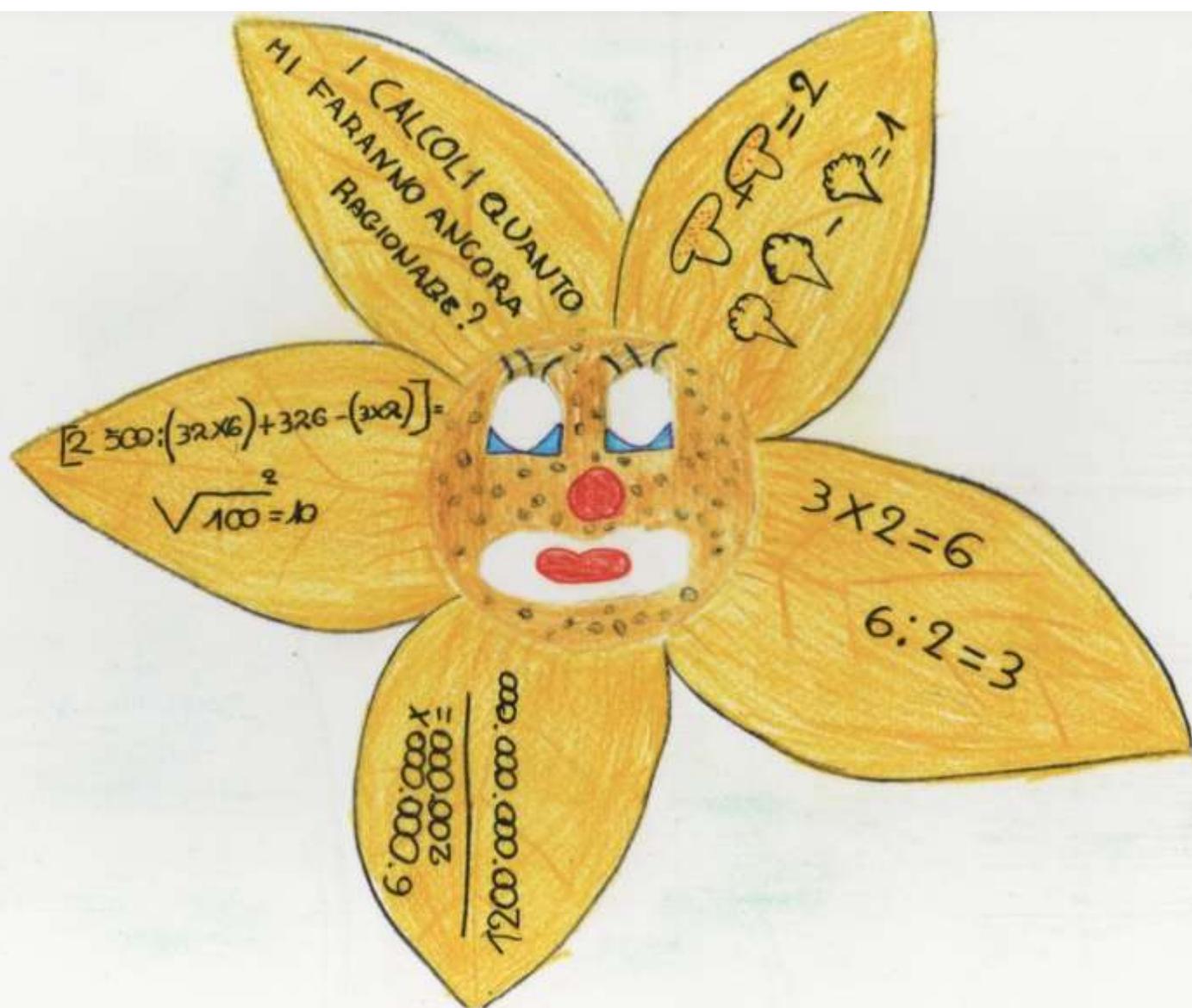


EMOZIONI

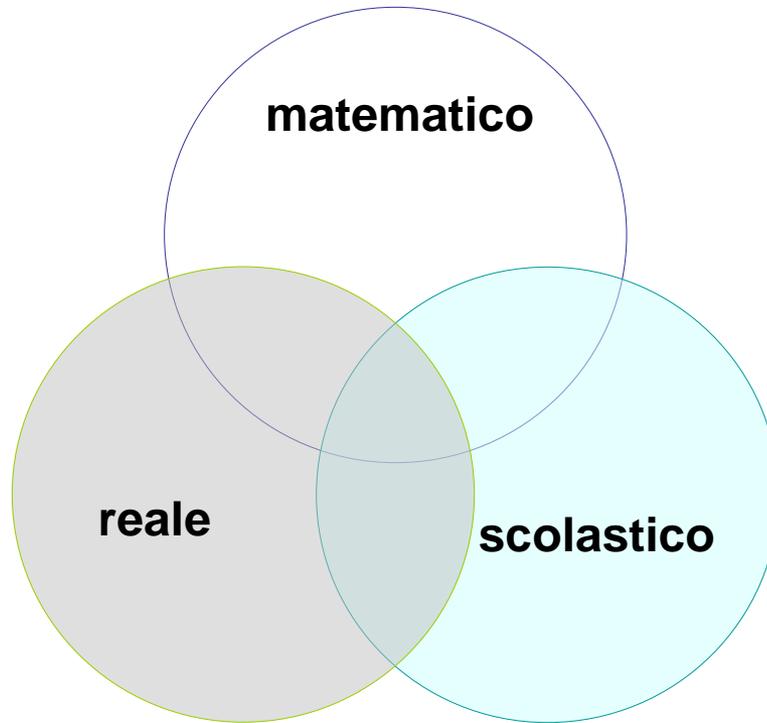
RAGIONAMENTO

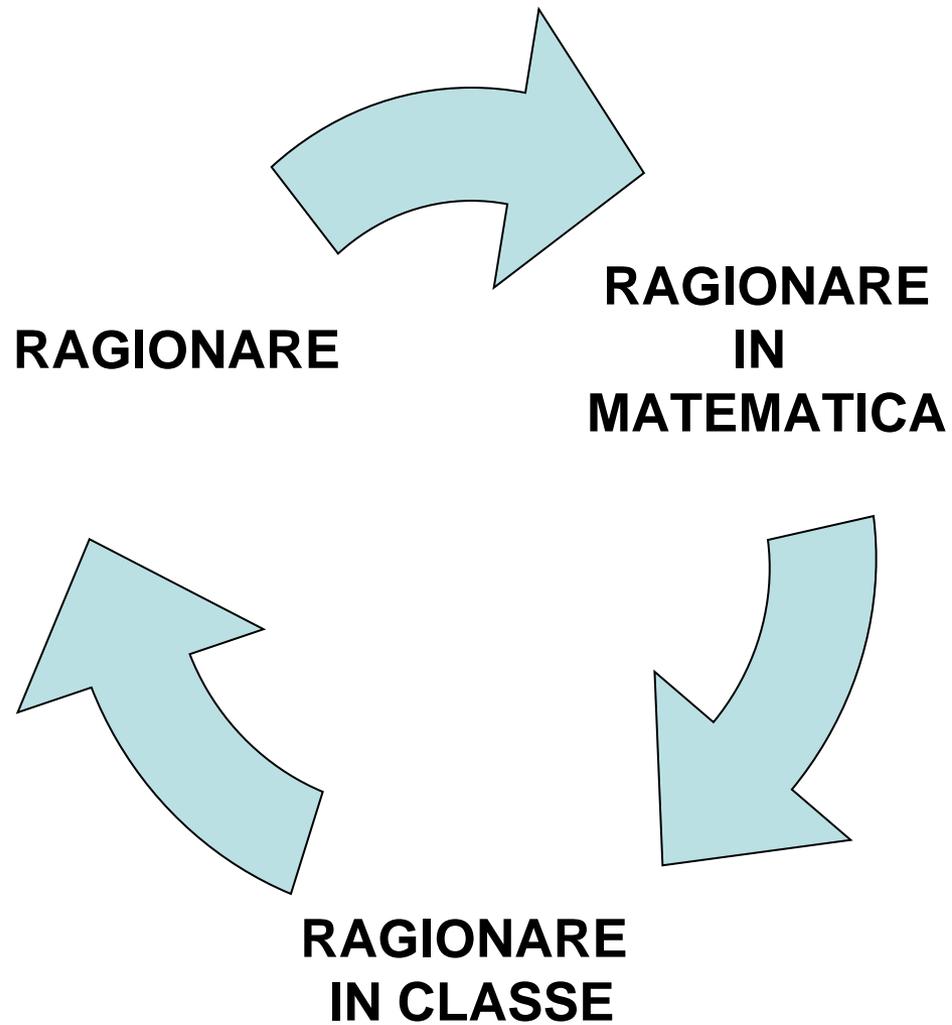
- **A che cosa serve la matematica ?**

... .. a ragionare!



RAGIONARE MA IN QUALE CONTESTO ?





Ragionamento

- «Per ragionamento si intende l'insieme dei processi mentali in cui vengono ricavate delle *inferenze*, cioè **l'insieme dei processi attraverso cui vengono elaborate nuove conoscenze a partire da conoscenze date.**

Le conoscenze date sono le *premesse*, quelle inferite sono le *conclusioni* del processo di ragionamento. L'insieme di premesse e conclusioni è definito *argomento* o anche, usando il termine che di solito è riservato alla sola conclusione, *inferenza.*»

[Giroto, 1994, p.12]

USIAMO IL RAGIONAMENTO

- nella comunicazione orale
- nella comprensione di un testo scritto
- nella risoluzione di un problema
- per prendere decisioni
- per formulare giudizi
-

INFERENZE IMPLICITE

LA CONCLUSIONE è TRATTA
SULLA BASE DI

INFORMAZIONI AGGIUNTE

DAL SOGGETTO

SULLA BASE DELLE
PREMESSE ESPLICITE

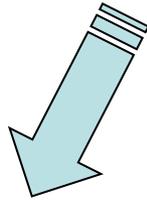
INFERENZE ESPLICITE

LA CONCLUSIONE è TRATTA

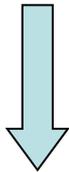
SOLO DA PREMESSE

ESPLICITAMENTE TRASMESSE

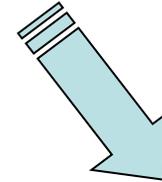
INFERENZE ESPLICITE



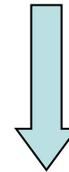
DI TIPO
DEDUTTIVO



ESEMPIO:
DAL GENERALE AL
PARTICOLARE



DI TIPO
INDUTTIVO



ESEMPIO:
DAL PARTICOLARE AL
GENERALE

ESEMPI

PREMESSE:

questo fiore non è rosso
tutti i papaveri sono rossi

CONCLUSIONE:

questo fiore non è un papavero

PREMESSA:

tutti i cigni che ho visto
sono bianchi

CONCLUSIONE

Tutti i cigni sono bianchi

per ogni n m naturali

$2n+1$ è dispari

$2m+1$ è dispari

$$(2n+1)+(2m+1) = 2n+1+2m+1$$

$$2n+2m+2 = 2(n+m+1)$$

La somma di due dispari è pari

$$3+5=8$$

$$7+7=14$$

$$9+3=12$$

.....

La somma di due dispari è
pari

La logica permette di stabilire se
una inferenza è *valida*

LE INFERENZE INDUTTIVE NON SONO
LOGICAMENTE VALIDE!

TRA LE INFERENZE DEDUTTIVE **ALCUNE** SONO LOGICAMENTE VALIDE.

ESEMPI

Se A allora B

A

_____ dunque

B

INFERENZA VALIDA

Se A allora B

non A

_____ dunque

non B

INFERENZA NON VALIDA

LO STUDIO DELLA VALIDITÀ DELLE INFERENZE DEDUTTIVE È FONDAMENTALE PER LA MATEMATICA IN QUANTO CARATTERIZZA IL **METODO MATEMATICO**

•DEDUZIONE E SENSO COMUNE

Quando ci viene chiesto di ragionare ci sentiamo a nostro agio soprattutto quando

IL NOSTRO PENSIERO È SOSTENUTO DAL SENSO COMUNE

La mente umana non si impegna facilmente nella manipolazione di simboli “privi di significato” o **nell’USO DELLA LINGUA FUORI DA UN CONTESTO TEMPORALE SIGNIFICATIVO**

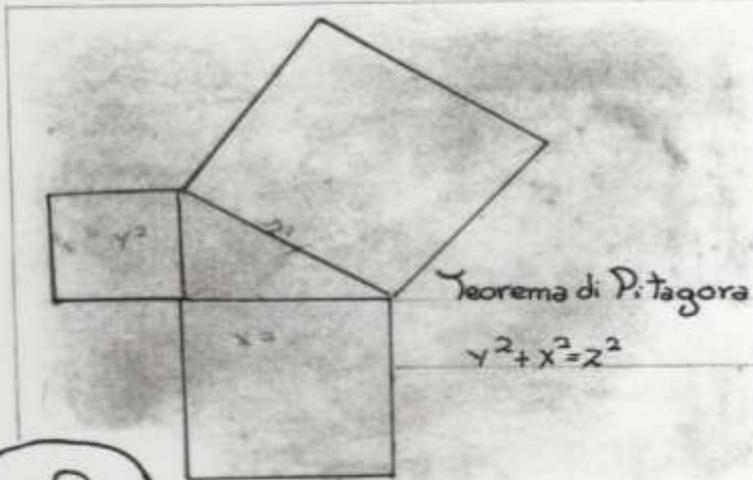
Trattare convenzionalmente la lingua è molto diverso dal modo naturale di **SERVIRSENE**

Ragionare in matematica



Matematica

$$\sqrt{105}$$
$$(5)^3$$



EH?



)

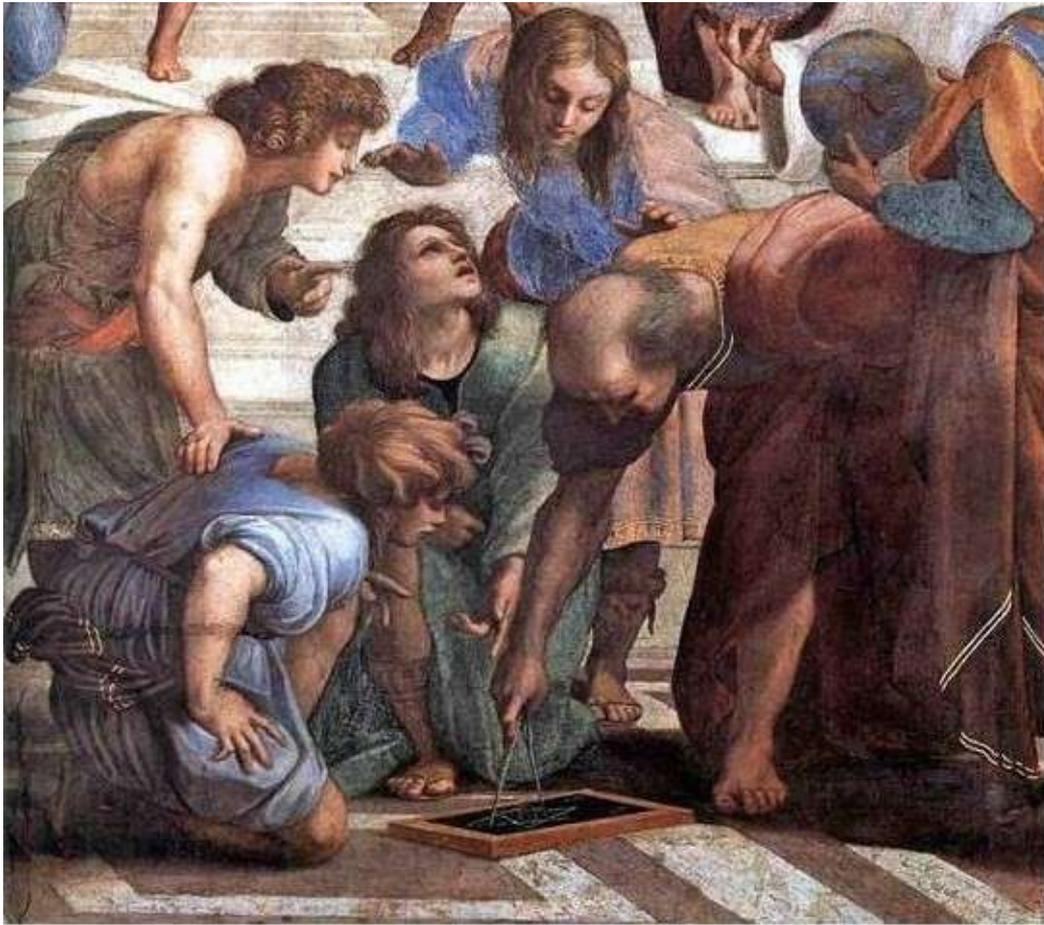
$$16:0$$



$$5^4:4^4$$

Ragionare in matematica

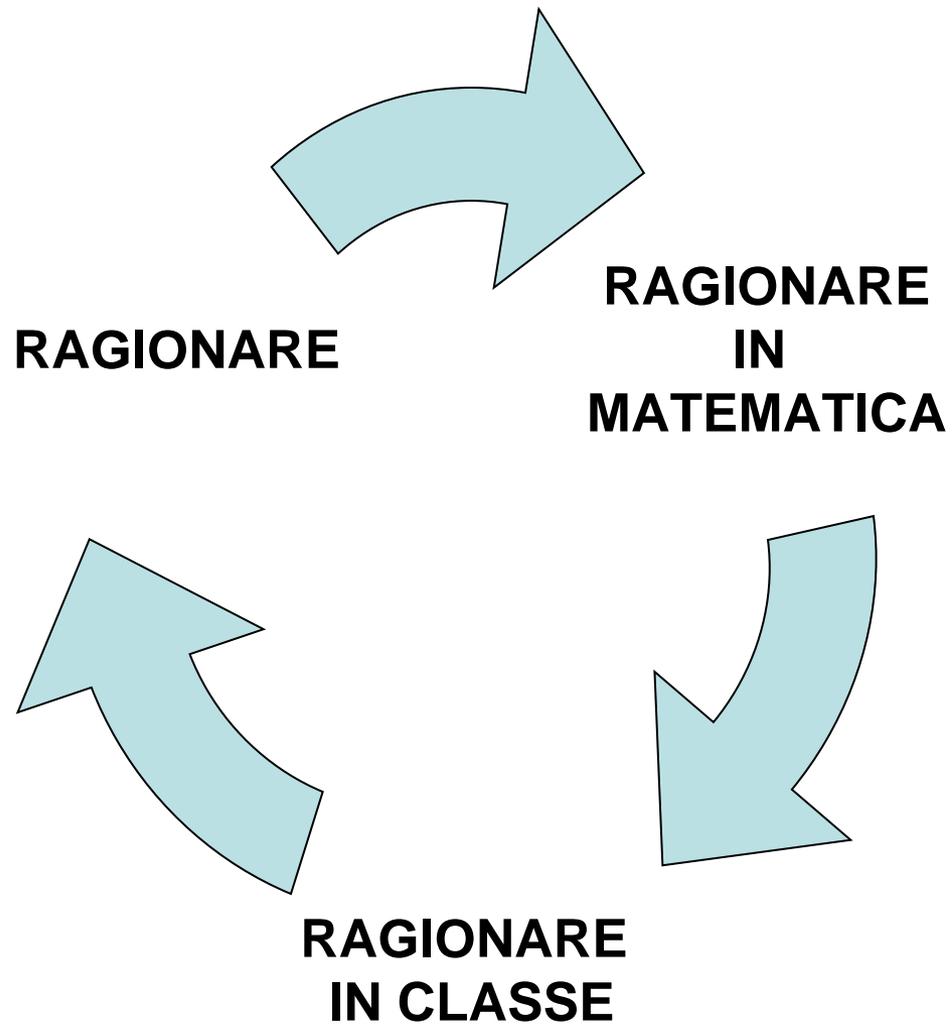
- Aspetto intuitivo, euristico
- Aspetto rigoroso, sistematico, con risultati inquadrati in teorie deduttive in cui nulla è concesso all'intuizione
- Ruolo del linguaggio :
 - solo a parole (linguaggio formale)
 - senza parole (figure, diagrammi)
- Ruolo della tecnologia (algoritmi, informatica)



Se con l'intuizione, con la discussione, con le prove, con le esperienze si fanno scoperte nuove

è solo con la deduzione che si costruiscono teorie matematiche.

PER IL MATEMATICO LA DEDUZIONE È UNA ATTIVITÀ RICCA DI EMOZIONI POSITIVE



RAGIONARE IN CLASSE



Ragionare in classe

- I programmi scolastici
- In classe: vivono ragionamenti di tipo implicito e esplicito

RAGIONAMENTI **IMPLICITI O DI TIPO INDUTTIVO**

Situazioni in cui dalle informazioni, dai fatti, dalle esperienze, si traggono conclusioni nuove

•**INTUIZIONE**

come la necessità di un elemento estraneo che entri in gioco a spiegare ciò che è avvenuto (Furinghetti, 1992)

o come **senso comune** (Fischbein, 1993)

L'attenzione viene posta **AL CONTENUTO**, le proposizioni in gioco si concatenano su relazioni di **INCLUSIONE DI SIGNIFICATI**

Se ... allora ... ma allora dunque perciò servono ad esplicitare queste relazioni

Nei ragionamenti espliciti di tipo deduttivo, le proposizioni non intervengono in funzione del loro contenuto

ma in funzione del loro statuto operativo, cioè del posto che viene assegnato loro preliminarmente nel funzionamento del passo (Duval 1996)

Se ... allora ma dunque perciò

sono relazioni logiche usate non in funzione del contenuto.

L'ALLIEVO ... MESCOLO

- COMPETENZE COGNITIVE CON L'APPARATO DEDUTTIVO CHE INVADE LA MATEMATICA
- LE POSSIBILI STRATEGIE EURISTICHE APPRESE CON L'ORGANIZZAZIONE DEDUTTIVA
- MANTIENE UNA FORTE ATTENZIONE AL CONTENUTO E CARATTERIZZA LA DEDUZIONE CON L'USO PREVALENTE DELLE ESPRESSIONI
SE ... ALLORA ..., DUNQUE, QUINDI,....

I PROGRAMMI SCOLASTICI PONGONO LA DEDUZIONE
COME **PUNTO D'ARRIVO**

MA IN MOLTI MOMENTI PRECEDENTI L'ALLIEVO è
IMPEGNATO, VOLONTARIAMENTE O NO, IN DEDUZIONI
PIÙ O MENO DIRETTE.

MENTRE IL MATEMATICO è FORTEMENTE MOTIVATO A
DEDURRE

QUESTA MOTIVAZIONE MANCA AGLI ALLIEVI, SPESSO
LA DEDUZIONE NON HA PRESA EMOTIVA.

Questo bambino non sa
ragionare!

I ragazzi non ragionano più!

Che cosa significa?

Come ragionano i bambini?



- **SONO DI PIÙ LE MUCCHE O LE MUCCHE CHE DORMONO?**

scuola dell'infanzia Le mucche che dormono
 Le mucche tutte insieme
 Le mucche sveglie
 Le mucche

Seconda elementare 31 su 36 hanno detto Le mucche che dormono



- SONO DI PIÙ I POMPIERI
O I POMPIERI CON IL
CASCO?

11 su 28 dicono i pompieri

- SONO DI PIÙ **TUTTI** I
POMPIERI O I POMPIERI
CON IL CASCO?

27 su 28 dicono tutti i
pompieri

- i bambini fanno attenzione alla lingua e la lingua dei bambini non coincide con quella degli adulti

Le ricerche hanno evidenziato come

- i difetti di comunicazione
- le situazioni presentate
- l'uso della lingua nella comunicazione insegnante allievo

possano modificare i risultati

Schema valido

«*modus ponens*»

Se A allora B

A

dunque B

Se piove allora prendiamo l'ombrello.

Oggi piove, dunque

Se il semaforo è rosso, la macchina si ferma.

Il semaforo è rosso, dunque

Se i coccodrilli hanno le ali allora i gatti hanno le piume. I coccodrilli hanno le ali, dunque

1.

La necessità di **aggiungere informazioni alle premesse date** facendo riferimento all'esperienza personale e aggiungendo spiegazioni alla risposta

Se fa freddo metto il cappotto. Fa freddo, dunque....

« Metto il cappotto »

Michele **pesante** Valentina **caldo**

Davide **nuovo**

Antonio e il cappello e il paraorecchie sotto il cappello

**Se il semaforo è rosso, la macchina si ferma. Il
semaforo è rosso, dunque**

« la macchina si ferma »

MA *perché il vigile dà la multa*

quando c'è verde si può passare

*con il giallo si può passare ma bisogna far presto che poi
viene rosso*

Francesco:

una volta lo sai che mio padre, c'era il vigile e ha dato la multa?

Eleonora:

se no se c'è il vigile, anche se non c'è però, la danno la multa

**Se schiaccio il bottone, allora si accende la luce.
Schiaccio il bottone, dunque**

Veronica:

Si accende però qualsiasi cosa: la luce della tele, la luce del corridoio. Nella mia casa di sabato mia mamma ha acceso l'aspirapolvere e la lavatrice e la televisione: due volte è saltata la valvola e siamo rimaste al buio.

2.

La necessità di **temporalizzare la situazione**
attribuendo il valore di verità alle premesse

Uso degli **avverbi temporali**

Dopo si accende la luce

La luce si spegne (se prima si era accesa,
schiacciando ancora si spegne)

Se piove allora prendiamo l'ombrello.

Oggi piove, dunque

Pasquale contesta *Oggi non piove*

Antonio *Oggi c'è il sole*

Sofia *Allora è sbagliato*

3.

L'eventualità di *non considerare o contestare una premessa*, soprattutto quando il ragionamento proposto implica un coinvolgimento emotivo

**Se Leo fa il compleanno, allora la maestra porta la torta:
Oggi è il compleanno di Leo, dunque**

Nessuno dei bambini intervistati conclude con
la maestra porta la torta

Ma *Ne compie 6* *Ne aveva 3 adesso ne ha 4*
 Ci devo andare *Gli portano tanti regali*

**Se piove allora prendiamo l'ombrello.
Oggi piove, dunque**

Allora si sta dentro *dopo viene il temporale e i tuoni*
Sto in casa a giocare con l'aereo

Se i coccodrilli hanno le ali allora i gatti hanno le piume. I coccodrilli hanno le ali, dunque

Ma i coccodrilli non hanno le ali

Ma non è vero

Possono volare

Possono prendere le prede che volano

Il gatto ha la coda e il coccodrillo ha le zampe

No, i coccodrilli non hanno le ali

Sono coccodrilli che vivono in un paese straniero

Se i coccodrilli hanno le ali allora i gatti hanno le piume. I coccodrilli hanno le ali, dunque

Conclusioni “logiche”

Francesca: **i pesci hanno le zampe**

Massimiliano: **le oche hanno la pelle d’oca**

Dario: **i gatti hanno le piume e gli uccelli hanno il pelo**

4.

Un possibile atteggiamento è che i bambini abbiano **ascoltato e colto la struttura linguistica concludendo la frase in analogia alla prima premessa** , come se le parole ***dunque* e *allora*** fossero equisignificanti.

Ripetizione delle premesse prima di rispondere

Iacopo e Matteo: concludono **L'ombrello** in due ragionamenti diversi scegliendo **la stessa conclusione linguistica**

Veronica : *non so, non ho sentito la parola*

L'**attenzione** non sarebbe rivolta AL SIGNIFICATO DELLE PAROLE DETTE né tanto meno ALLE RELAZIONI LOGICHE ma più

**all'intenzione del discorso
pronunciato dall'insegnante**

e

**alla situazione complessiva
(insegnante/bambino/scuola)**

**INTUIRE E ASSECONDARE L'INTENZIONE DELLA
COMUNICAZIONE**

NON SA RAGIONARE

Valutare criticamente

- le “regole logiche” degli allievi
- quanto si discostano da quelle attese
- Su quale aspetto è posta l’attenzione
- Qual è il loro atteggiamento ...
- Qual è l’immagine della disciplina



Immagina di dover progettare un libro di matematica.
Prova a inventare un titolo e disegna come vorresti che fosse la copertina.



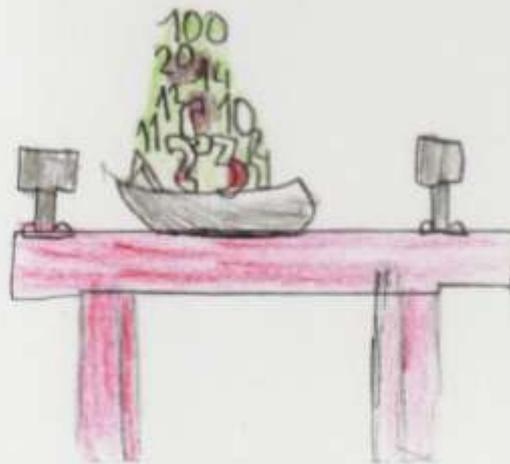
CLASSE 1^a B

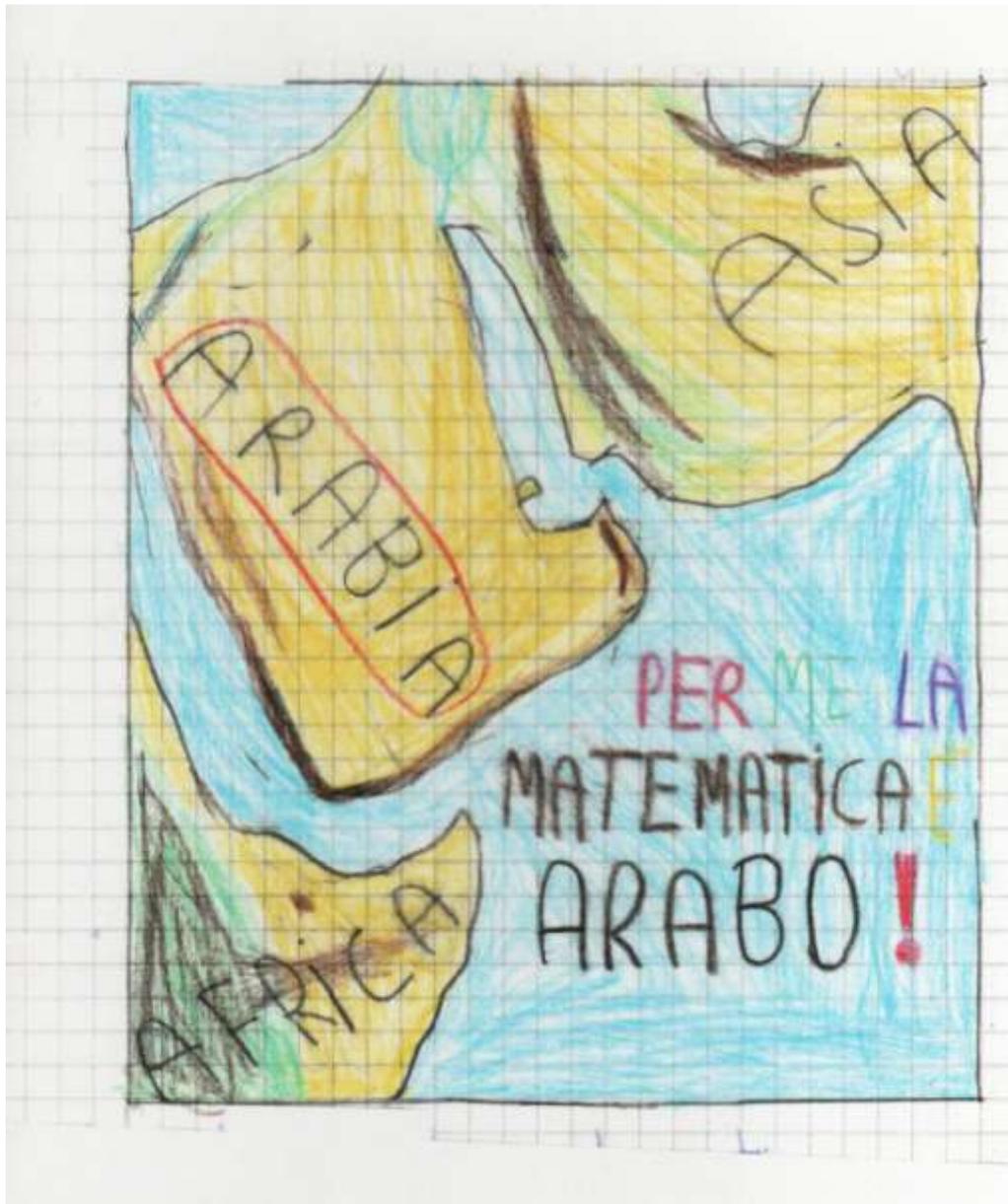
NOME Sofia

INSALATA

di

NUMERI

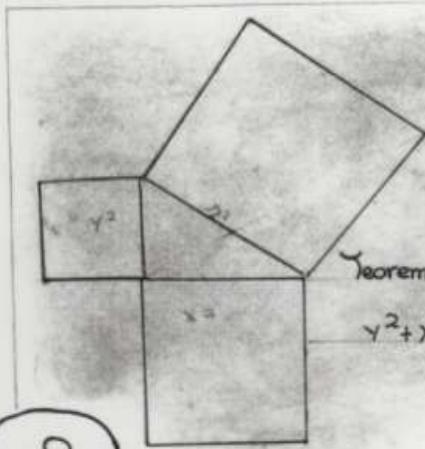




Matematica

$\sqrt{105}$

$(5)^3$



Teorema di Pitagora
 $y^2 + x^2 = z^2$

EH?



)

16:0



$5:4^4$

