

NON PERDERE IL FILO



*NON PERDERE IL FILO
LA MATEMATICA CHE NASCE DALLE MANI
- TRA TRADIZIONE E INNOVAZIONE -*

Istituto Comprensivo di Casalgrande

Sintesi di un percorso annuale che ha coinvolto, in un intreccio di innovazione e tradizione, i ragazzi e le ragazze della classe 2C della Scuola Secondaria di Primo Grado di Casalgrande (RE) nell'a.s. 2018/2019.

Roberta Prof.Fantini
robbifantini@gmail.com

NON PERDERE IL FILO

LA MATEMATICA CHE NASCE DALLE MANI

- TRA TRADIZIONE E INNOVAZIONE -

L'attività pratica laboratoriale, proposta in una classe seconda della scuola secondaria di primo grado, vuole promuovere, facendo ricorso a materiale "povero", facile da reperire, una matematica che nasce dalle mani che permetta ai ragazzi di fare scoperte, di confrontarsi e di raccontarsi. Una matematica che intreccia "l'officina matematica" di Emma Castelnuovo con le nuove tecnologie; una matematica dinamica, curiosa e motivante che permette un'inclusione efficace accogliendo le diverse istanze di personalizzazione. Una matematica che nasce da un filo, ma non banale, che spazia dalla geometria piana alle coniche passando per la formalizzazione algebrica e ... la pallacanestro.

Il progetto qui presentato ha avuto carattere annuale e trova il suo naturale epilogo in classe terza.

FINALITÀ PEDAGOGICHE

Le finalità educative che hanno guidato la progettazione del percorso laboratoriale e la sua successiva realizzazione si possono così riassumere:

- ☐ Far nascere il "tarlo" della curiosità, lo stupore per la conoscenza, la voglia di imparare e di guardare alla realtà con senso critico, che superi i vincoli dati da stereotipi e pregiudizi nei confronti della disciplina.
- ☐ Favorire lo sviluppo metacognitivo del pensiero razionale, e dello spirito di ricerca, per permettere al ragazzo di affrontare efficacemente le nuove situazioni mettendo in gioco le competenze progressivamente acquisite.
- ☐ Impedire la formazione di schemi mentali rigidi affinando cioè lo spirito di ricerca anche attraverso l'esperienza della scoperta autonoma di aspetti nuovi e inattesi di concetti noti.
- ☐ Radicare conoscenze e abilità disciplinari sulle effettive capacità di ciascun allievo, utilizzando le modalità più motivanti per promuovere così apprendimenti significativi nel rispetto degli stili individuali.
- ☐ Riconoscere e valorizzare le differenze presenti nel gruppo classe.
- ☐ Rispondere ai diversi stili di apprendimento e ai diversi Bisogni Educativi Speciali presenti in classe.

TRAGUARDI PER LE COMPETENZE

- ☐ L'alunno ha rafforzato un atteggiamento positivo rispetto alla matematica attraverso esperienze significative e ha capito come gli strumenti matematici appresi siano utili in molte situazioni per operare nella realtà.
- ☐ L'alunno utilizza e interpreta il linguaggio matematico e ne coglie il rapporto con il linguaggio naturale.
- ☐ L'alunno riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni e la loro coerenza.
- ☐ L'alunno produce formalizzazioni che gli consentono di passare da un problema specifico a una classe di problemi.
- ☐ L'alunno produce argomentazioni in base alle conoscenze teoriche acquisite.
- ☐ L'alunno denomina le forme nel piano, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni fra gli elementi.

NUCLEI TEMATICI

- ☐ SPAZIO E FIGURE (poligoni, aree e perimetri, poligoni equivalenti, poligoni isoperimetrici)
- ☐ NUMERI (rapporti, elementi algebrici)
- ☐ RELAZIONI E FUNZIONI (funzioni e loro rappresentazione sul piano cartesiano)

OBIETTIVI DISCIPLINARI DI APPRENDIMENTO

- ☐ Conoscere definizioni e proprietà significative delle figure piane.
- ☐ Rappresenta punti e figure sul piano cartesiano.
- ☐ Esplorare e risolvere problemi.
- ☐ Riprodurre disegni geometrici utilizzando in modo appropriato e con accuratezza alcuni strumenti (riga, squadra e software di geometria).
- ☐ Costruire, interpretare e trasformare formule che contengono lettere per esprimere in forma generale relazioni e proprietà.
- ☐ Conoscere il concetto di funzione.
- ☐ Utilizzare il piano cartesiano per rappresentare relazioni e funzioni.
- ☐ Conoscere l'equazione e la rappresentazione di retta, parabola ed iperbole.
- ☐

PARADIGMA METODOLOGICO

“la progettazione è iterativa e non un lineare e graduale processo standardizzato. Occorre ritornare su aspetti della progettazione che necessitano di essere rivisti o ripensati interamente alla luce della riflessione, dei feedback ricevuti e dell’esperienza con coloro che apprendono”
(J.McTighe G. Wiggins)

L’approccio metodologico che ho cercato di attuare con il gruppo classe è stato un approccio per competenze che avesse al proprio centro il soggetto in apprendimento e gli obiettivi che esso avrebbe dovuto raggiungere piuttosto che i contenuti. Sono state quindi considerate le esigenze pedagogico-didattiche del gruppo classe sia per quanto afferente all’area cognitiva che all’area affettivo-relazionale. La progettazione è stata progressivamente rivista e ricalibrata sulla base delle risposte ottenute, delle riflessioni emerse e delle difficoltà incontrate.

Quanto di seguito presentato è quindi il “prodotto” finito dopo una revisione sul campo.

Con il percorso “Non perdere filo” si è cercato di promuovere una vera e propria comprensione dei contenuti disciplinari senza limitarsi ad una mera conoscenza meccanica (che comunque rappresenta un livello di apprendimento accettabile per la fascia bassa).

Durante la fase operativa ho sempre cercato di definire (e di chiarire successivamente) con il gruppo classe:

- ☐ Competenza da acquisire
- ☐ Informazioni e contenuti essenziali
- ☐ Momenti di “produzione” e di “manipolazione” da parte degli alunni
- ☐ Momenti di riflessione sui processi
- ☐ Eventuale traduzione della competenza nella vita quotidiana, fornendo quando possibile esempi concreti

“l’unicità metodologica non può portare, per sua stessa natura, a un successo apprenditivo totale”
(B. D’Amore)

Le basi METODOLOGICHE del percorso si possono così riassumere:

1. Basi metodologiche per il clima d’aula
 - L’ascolto attivo di **Gordon**
 - L’approccio **socio-costruttivista**
 - L’approccio **metacognitivo cooperativo** per la creazione di un buon clima di classe

2. Basi metodologiche relative all'approccio didattico

- L'approccio laboratoriale di **Emma Castelnuovo (la tradizione)**
- **Learning by doing**
- Il ricorso alle **itc (l'innovazione)**
- Il **problem solving e il problem posing** per sviluppare spirito di ricerca e creatività divergente
- Un **approccio flipped**
- Introduzione di un pensiero pre-algebrico secondo il modello **Ar.AI**

STRATEGIE

"Il progettista deve essere in grado di immaginare tutta una gamma di meravigliose possibilità; una nuova idea per le attività di apprendimento può imporre di ripensare tutta la fase di accertamento e di valutazione che si era pensata"

(J.McTighe G. Wiggins)

La metodologia didattica è stata caratterizzata da una forte valenza metacognitiva e socio-costruttiva: ha contemplato l'alternanza di fasi esplorative e di discussioni collettive incentrate sul confronto e sulla riflessione, sulle strategie attivate, sugli errori emersi e sulla ricerca-azione per integrare gli aspetti intellettivi con quelli sociali, emotivi, pratici e creativi. Le proposte didattiche sono state presentate a volte come sfida o gioco, centrandosi sulle passioni e sugli interessi dei ragazzi, cercando di superare eventuali blocchi cognitivi, e soprattutto psicologici, che avrebbero potuto impedire un approccio consapevole alle tematiche disciplinari.

Partire dai ragazzi

Valorizzare l'esperienza e le conoscenze degli alunni, per ancorarvi nuovi contenuti. Nel processo di apprendimento l'alunno porta una grande ricchezza di esperienze e conoscenze acquisite fuori dalla scuola e attraverso i diversi media oggi disponibili a tutti, mette in gioco aspettative ed emozioni, si presenta con una dotazione di informazioni, abilità, modalità di apprendere che l'azione didattica dovrà opportunamente richiamare, esplorare, problematizzare. In questo modo l'allievo riesce a dare senso a quello che va imparando¹.

Con il percorso proposto ho cercato di "partire dai ragazzi": dalle loro esperienze, dalle tante cose che già sanno, dai "pre-concetti" (non per forza, ma anche in senso negativo) che essi hanno riguardo ai vari contenuti. Questo per fare emergere, fin dall'inizio, le grandi potenzialità degli alunni ma anche le loro difficoltà ed e i loro errori². La fatica che un tale modo di procedere (rispetto, per esempio, alle lezioni frontali) procura è dovuta al fatto che spesso i ragazzi non sanno esprimersi con pazienza, rispettando i

¹ Dalle Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione, settembre 2012

² "Se l'insegnamento della matematica deve offrire agli allievi occasioni di riflettere, di esplorare, di assumersi la responsabilità di congetturare, di argomentare, in poche parole occasioni di affrontare problemi e non solo esercizi standard, un apprendimento significativo della matematica è necessariamente lastricato di errori. E su questi errori che l'allievo gradatamente costruirà conoscenze, abilità, competenze" (Rosetta Zan, L'errore in matematica: alcune riflessioni, articolo pubblicato nell'ambito del Piano Nazionale Qualità e Merito 2010 / 2011).

propri compagni (anche in relazione alle particolari caratteristiche affettivo-relazionali e comportamentali del gruppo classe), cercando le parole migliori, bensì vorrebbero dire tutto subito, prima di tutti, senza pensarci troppo. Per questo è stata mia continua attenzione la cura del saper attendere il proprio turno prima di parlare, saper ascoltare anche ciò che dicono gli altri, saper pensare prima di parlare in modo da esprimersi chiaramente. Ho cercato poi di inserire l'interesse diffuso per la pallacanestro (La Grissin Bon è la squadra di "casa") per favorire la motivazione e la volizione allo studio e alla partecipazione attiva al proprio processo di apprendimento.

Officina Matematica

Realizzare attività didattiche in forma di laboratorio, per favorire l'operatività e allo stesso tempo il dialogo e la riflessione su quello che si fa. Il laboratorio, se ben organizzato, è la modalità di lavoro che meglio incoraggia la ricerca e la progettualità, coinvolge gli alunni nel pensare, realizzare, valutare attività vissute in modo condiviso e partecipato con altri, e può essere attivata sia nei diversi spazi e occasioni interni alla scuola sia valorizzando il territorio come risorsa per l'apprendimento. [...] In matematica, come nelle altre discipline scientifiche, è elemento fondamentale il laboratorio, inteso sia come luogo fisico sia come momento in cui l'alunno è attivo, formula le proprie ipotesi e ne controlla le conseguenze, progetta e sperimenta, discute e argomenta le proprie scelte, impara a raccogliere dati, negozia e costruisce significati, porta a conclusioni temporanee e a nuove aperture la costruzione delle conoscenze personali e collettive³

Nelle Indicazioni ministeriali si legge: *“realizzare percorsi in forma di laboratorio per favorire l'operatività ed al tempo stesso il dialogo e la riflessione su quello che si fa. Il laboratorio è una metodologia di lavoro che incoraggia la sperimentazione e la progettualità, coinvolge gli alunni nel pensare-realizzare-valutare attività vissute in modo condiviso e partecipato con altri...”*

Tuttavia ancora oggi, nella scuola la parola laboratorio è spesso concepita come un momento separato dalla normale prassi didattica; il laboratorio è un'aula, spesso riservata ad alcune discipline ritenute meno importanti, dove si fa qualcosa di molto diverso dalla lezione che assomiglia di più a un momento di evasione. E se non c'è questa visione legata al luogo, ce n'è un'altra, anch'essa decisamente distorta, che interpreta il laboratorio come un'azione pratica ovvero ritagliare, piegare, “fare giochetti” da proporre saltuariamente come una sorta di passatempo.

L'approccio laboratoriale che viene veicolato con il percorso “Non perdere il filo” vuole superare questa visione pregiudizievole e limitante. Seguendo l'orientamento di Emma Castelnuovo le attività proposte sono orientate all'azione, alla manipolazione di strumenti e materiali alla condivisione di idee e strategie al fine di facilitare l'acquisizione, motivata e duratura, di apprendimenti significativi, di competenze specifiche, relazionali e personali.

La didattica del fare, del learning by doing, diviene quindi *“in qualche modo assimilabile alla bottega rinascimentale, nella quale gli apprendisti imparavano facendo e vedendo fare, comunicando fra loro e con gli esperti”* e nel quale *“la costruzione di significati [...] è strettamente legata, da una parte, all'uso degli strumenti utilizzati nelle varie attività, dall'altra, alle interazioni tra*

³ Dalle Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione, settembre 2012

*le persone che si sviluppano durante l'esercizio di tali attività.”*⁴ Nel laboratorio si discute con i compagni di lavoro e con l'insegnante sull'interpretazione di quello che accade, si progettano azioni e attività di gruppo, si comunica con altri. In questo senso, quello che soprattutto contraddistingue il laboratorio sono l'atteggiamento e il modo di pensare e di operare, più che la presenza di attrezzature e strumenti speciali.⁵ Con un'attività laboratoriale si favorisce un approccio inclusivo del processo apprenditivo che integra olisticamente gli aspetti intellettivi con quelli sociali, emotivi, pratici e creativi promuovendo un corretto stile attributivo e motivazionale per ciascun ragazzo. L'attività pratica infine accoglie sia le istanze di personalizzazione sia la necessità dell'individualizzazione dei tempi e delle mete di apprendimento accogliendo le diverse esigenze formative anche di quegli allievi che si discostano dal normale percorso scolastico per bisogni educativi speciali (H, BES). Questo tipo di attività rispondono efficacemente anche ai bisogni educativi di studenti che presentano comportamenti problematici in quanto comunque possono rappresentare un momento significativo di decompressione e di recupero della motivazione alla scuola.

⁴ Arzarello, Bazzini, Chiappini, 1994

⁵ Gabriele Anzellotti

Approccio flipped e il ricorso alle TIC

La diffusione delle tecnologie di informazione e di comunicazione è una grande opportunità e rappresenta la frontiera decisiva per la scuola. Si tratta di una rivoluzione epocale, non riconducibile a un semplice aumento dei mezzi implicati nell'apprendimento. La scuola non ha più il monopolio delle informazioni e dei modi di apprendere. Le discipline e le vaste aree di cerniera tra le discipline sono tutte accessibili ed esplorate in mille forme attraverso risorse in continua evoluzione. Sono chiamati in causa l'organizzazione della memoria, la presenza simultanea di molti e diversi codici, la compresenza di procedure logiche e analogiche, la relazione immediata tra progettazione, operatività, controllo, tra fruizione e produzione. Dunque il "fare scuola" oggi significa mettere in relazione la complessità di modi radicalmente nuovi di apprendimento con un'opera quotidiana di guida, attenta al metodo, ai nuovi media e alla ricerca multidimensionale. Al contempo significa curare e consolidare le competenze e i saperi di base, che sono irrinunciabili perché sono le fondamenta per l'uso consapevole del sapere diffuso e perché rendono precocemente effettiva ogni possibilità di apprendimento nel corso della vita. E poiché le relazioni con gli strumenti informatici sono tuttora assai diseguali fra gli studenti come fra gli insegnanti il lavoro di apprendimento e riflessione dei docenti e di attenzione alla diversità di accesso ai nuovi media diventa di decisiva rilevanza⁶

È impossibile negare che la tecnologia abbia influenzato il modo di studiare e di apprendere delle attuali generazioni. Capovolgere la classe può essere una soluzione, tra le tante possibili, per andare incontro a questo cambiamento. Il ricorso alle nuove tecnologie si allinea perfettamente con il dettato normativo, con le richieste della società contemporanea e con le caratteristiche degli studenti di oggi. Le nuove tecnologie rappresentano, a mio avviso, un valido strumento, tra i tanti possibili, per la lotta alla dispersione scolastica, per l'inclusione di tutti gli alunni, per l'inserimento di stranieri, per la personalizzazione dell'insegnamento e il raggiungimento di significativi traguardi di competenza. In questo modo si offre al ragazzo di diventare protagonista attivo del proprio processo di apprendimento offrendogli l'opportunità di rispettare i propri tempi e le proprie modalità, insegnandogli a prendersi delle responsabilità e a mantenere degli impegni, potenziando la sua autostima e accrescendo la sua autonomia.

Per questo il percorso progettato è arricchito dalle nuove tecnologie. Tra i supporti digitali utilizzati oltre alla ormai classica lim, rientrano qr code reader, l'utilizzo dei byod, web-app e software di geometria.

⁶ Dalle Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione, settembre 2012

MATERIALI PRODOTTI

A pag.24 sono presenti i link dai quali poter effettuare il download

- | | |
|--|--|
| ☐ Innesco | ☐ Rubric di valutazione |
| ☐ Presentazione in ppt | ☐ Qr-code |
| ☐ Scheda di laboratorio (non necessariamente va consegnata agli alunni ma può rappresentare un valido canovaccio per l'insegnante.) | ☐ Supporti video |
| ☐ Protocollo di costruzione con geogebra di rettangoli isoperimetrici | ☐ File di geogebra |
| ☐ Protocollo di costruzione con geogebra di rettangoli equivalenti | ☐ Verifica di laboratorio |
| | ☐ Verifica di laboratorio semplificata |
| | ☐ Esempi di prodotti digitali dei ragazzi |

FASI OPERATIVE

Le fasi operative qui riportate sono indicative. Non viene riportata l'indicazione dei tempi poiché la progressione dell'attività dipende dalle risposte del gruppo classe, dalle esigenze organizzative, dalla possibilità di utilizzare altri spazi (per rendere più chiaro il concetto di parabola abbiamo utilizzato anche la palestra)

ATTIVITÀ 1: INNESCO

Spazi: a casa

Modalità: flipped.

L'insegnante assegna come compito a casa l'attività "Ricordate di essere curiosi" che ha l'obiettivo di richiamare alla memoria le conoscenze pregresse su Galileo Galilei (già affrontato in classe prima). I ragazzi dovranno installare un qr code reader sul proprio device se non già presente. La visione del video a casa viene svolta dai ragazzi con il proprio ritmo e secondo le modalità più congeniali, prendendo appunti per completare il cruciverba.

Strumenti e materiali: qr code reader – scheda attività "[Ricordate di essere curiosi](#)"

NON PERDERE IL FILO

Roberta Fantini 18/19

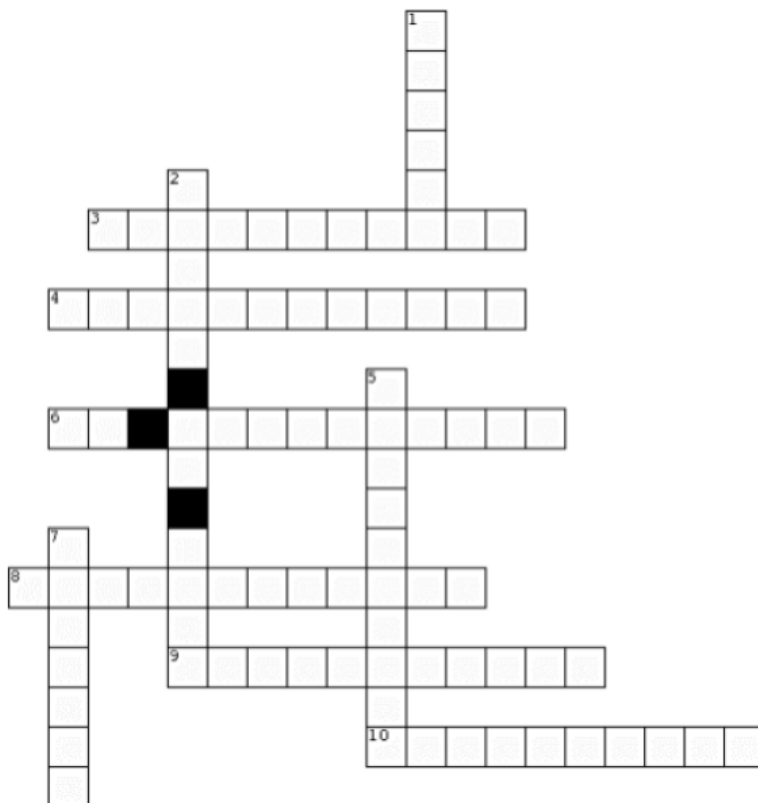
RICORDATE DI ESSERE CURIOSI

Dieci domande alla scoperta di Galilei



Galilei è uno dei più grandi SCIENZIATI e FILOSOFI italiani conosciuto in tutto il mondo per le sue scoperte. Guarda il video e cerca di rispondere alle seguenti dieci domande che ti permetteranno di conoscere meglio la figura di Galilei. Inserisci le risposte nel cruciverba

- Qual è il nome di battesimo di Galilei? (7 **verticale**)
- Quale cattedra ottiene a Pisa nel 1589? (5 **verticale**)
- Cosa riesce a costruire Galilei nei primi anni del 1600? (8 **orizzontale**)
- Di cosa tratta il *Sidereus Nuncius*? (10 **orizzontale**)
- A quali tesi aderisce Galilei? (3 **orizzontale**)
- Quale opera pubblica nel 1623? (6 **orizzontale**)
- Secondo Galilei su cosa deve fondarsi principalmente il metodo scientifico? (9 **orizzontale**)
- Da chi viene sequestrato Il Saggiatore, opera di Galilei? (4 **orizzontale**)
- A cosa viene condannato Galilei? (1 **verticale**)
- Secondo la leggenda, che cosa disse Galilei dopo la sua condanna? (2 **verticale**)



ATTIVITÀ 2: UN PROBLEMA DI PIAZZE

Spazi: classe (disposizione a isole)

Modalità: cooperative learning



Dopo aver ripreso gli elementi fondamentali della vita di Galilei attraverso la condivisione degli appunti e la revisione del cruciverba, viene proposta ai ragazzi, suddivisi in gruppi eterogenei al loro interno ma omogenei tra loro, la domanda di Galileo Galilei: **figure che hanno lo stesso perimetro avranno anche la stessa area?**

Si concedono ai gruppi 15 minuti per confrontarsi al loro interno e per produrre esempi a sostegno della propria tesi. Le proposte vengono riportate alla lim e sostanzialmente suddivise in due categorie.

L'insegnante suggerisce quindi la verifica sperimentale consegnando a ogni membro del gruppo **un filo lungo 24 cm**. Dopo aver legato le estremità del filo la domanda di indagine è la seguente **“quanti rettangoli potreste costruire? Cosa hanno in comune questi rettangoli?”**. Naturalmente la risposta attesa, non avendo vincoli circa la lunghezza dei lati, è quella di ottenere un numero infinito di rettangoli che hanno in comune il perimetro (la lunghezza del filo). Si tratta quindi di rettangoli **isoperimetrici**. Le risposte elaborate da ogni singolo gruppo vengono condivise con l'intero gruppo classe. L'insegnante formalizza alla lim quanto scoperto.

Nella proposta successiva l'insegnante pone il vincolo di considerare solo misure intere per la lunghezza dei lati e sollecita i gruppi ad una riflessione sulle aree invitandoli a compilare una tabella e a rispondere al quesito successivo

Completa la tabella considerando solo MISURE INTERE per i lati del rettangolo

BASE	ALTEZZA	AREA
1		

4. Ti è stata data l'opportunità di ottenere GRATIS un terreno per creare un'aiuola rettangolare. Hai a disposizione del filo spinato di **24 m** per recintarlo. Quali dimensioni dovrà avere la tua aiuola per recintare più terreno disponibile? **Compila la terza colonna della tabella e riporta la tua scelta**



Quale forma avrà la tua aiuola?

L'obiettivo è quello di portare i ragazzi a osservare che pur avendo tutti lo stesso perimetro **il rettangolo con area maggiore è il quadrato di 6 m x 6 m** e ragionare così su questioni di massimo e di minimo.

Si chiede quindi di verificare le ipotesi anche nel caso di aiuole di

16m, 20m, 28m e di formalizzare la risposta alla domanda iniziale di Galilei. La generalizzazione alla quale si arriva è quella di **individuare il quadrato come rettangolo che a parità di perimetro ha area massima.**

L'area del rettangolo con area massima si ottiene quindi dalla formula $(lunghezza\ del\ filo/4)^2$

Strumenti e materiali: Lim – filo – [presentazione in ppt](#) – Scheda “[Non perdere il filo labs](#)”

NON PERDERE IL FILO



Materiali: filo lungo 24 cm

Consegna: dopo aver legato le estremità del filo costruisci un rettangolo aiutandoti con le dita



1. Quanti rettangoli potresti costruire?

2. Che cosa hanno in comune tutti i rettangoli che hai costruito?

Considera ora solo **misure intere** per i lati dei rettangoli di perimetro 24cm.

3. Completa ordinatamente solo le **prime due colonne** della tabella.

BASE	ALTEZZA	AREA
1		

4. Ti è stata data l'opportunità di ottenere GRATIS un terreno per creare un'aiuola rettangolare. Hai a disposizione del filo spinato di 24 m per recintarlo. Quali dimensioni dovrà avere la tua aiuola per recintare più terreno disponibile? **Compila la terza colonna** della tabella e riporta la tua scelta

Quale forma avrà la tua aiuola?



5. Verifica la tua soluzione anche nel caso in cui il filo sia lungo 16 m, 20 m, 28m

16

BASE	ALTEZZA	AREA
1		

20

BASE	ALTEZZA	AREA
1		

BASE	ALTEZZA	AREA
1		

28

Quali risposta formuleresti alla domanda iniziale di Galilei?



ROBERTA FANTINI 18/19

ATTIVITÀ 2B: UNA POSSIBILE ESPANSIONE

Spazi: classe

Modalità: discussione collettiva - byod

Partendo dalle osservazioni emerse dall'attività precedente si possono invitare i ragazzi a ulteriori riflessioni relative alle relazioni tra aree e perimetri e questioni di massimo e minimo. La domanda potrebbe quindi essere la seguente **“a parità di perimetro quale tra i poligoni regolari ha area massima?”**. Non si pongono vincoli circa la misura dei lati per questo è necessario fornire ai ragazzi strumenti adeguati all'esplorazione per ovviare alla difficoltà esecutiva. Si concedono quindi cinque minuti per condividere con il gruppo classe le domande spontanee che emergono dai ragazzi relativamente al quesito esplorativo (cosa si intende per poligono regolare, cosa significa area massima, c'è un perimetro di riferimento, possiamo utilizzare le formule, disegniamo con matita e righello, come approssimare il risultato?). Le domande vengono condivise alla lim e si chiede ai ragazzi stessi di giungere ad una risposta efficace. Per ovviare al disegno con matita e righello si utilizza geogebra che permette un'analisi dinamica e precisa. L'approssimazione verrà quindi dettata dalla calcolatrice di geogebra affinché tutti i risultati siano confrontabili. Una volta condivisa la definizione di poligono regolare si elencano i poligoni che possono essere oggetto di indagine, per esempio: triangolo, quadrato, pentagono, esagono, eptagono, ottagono.

Sarà poi il gruppo classe a stabilire la lunghezza del perimetro ragionando su multipli e divisori per ottenere dati accettabili per quanto riguarda l'arrotondamento (noi siamo giunti a considerare un perimetro di 21 unità). Una volta stabilito il piano d'azione si attribuisce l'analisi di un poligono ad ogni ragazzo (triangoli e quadrati agli allievi alla fascia bassa) e si procede con la libera costruzione su file di geogebra. Dopo aver confrontato i risultati si giungerà alla conclusione che **all'aumentare del numero di lati, sempre restando fisso il perimetro, aumenta l'area del poligono regolare**. Con geogebra infine è facile giungere a visualizzare il **cerchio** come un poligono regolare con infiniti lati.

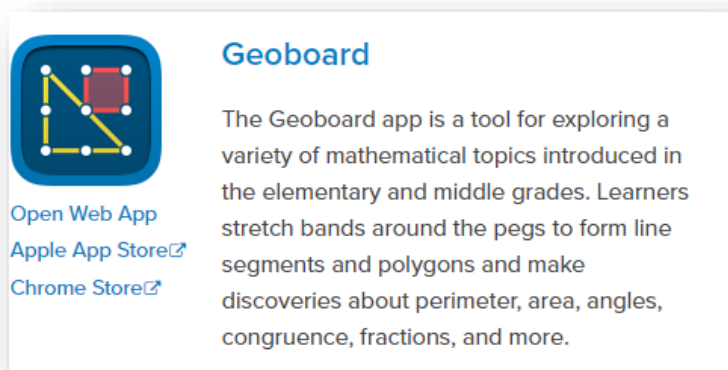
Strumenti e materiali: lim - byod – geogebra classico [Esplorazione poligoni regolari isoperimetrici](#)

ATTIVITÀ 3: EQUAZIONE DELLA RETTA

Spazi: aula

Modalità: cooperative learning e byod

In questa fase si chiede ai gruppi di rappresentare geometricamente su un geopiano i rettangoli individuati dalle analisi dell'attività 2 partendo dal perimetro di 24 cm. Viene per questo fornito loro un qr code che li indirizza al seguente sito <https://apps.mathlearningcenter.org/geoboard/>



Il ricorso al qr code rappresenta una pratica scorciatoia per accedere alle più svariate risorse web senza bisogno di digitare l'indirizzo URL permettendo ad esempio di utilizzare i propri device sui quali è stato scaricato e installato un qr code-reader (le nuove versioni ios hanno il qr code reader già

integrato nella fotocamera). Sarà, infatti, sufficiente inquadrare il qr code con la fotocamera per essere indirizzati immediatamente al sito di riferimento.

Geoboard è una web-app (ma sono presenti anche versioni per android e ios) che permette di operare su un geopiano apportando personalizzazioni ed esplorando una varietà di temi matematici (segmenti, angoli, perimetri, aree ...)

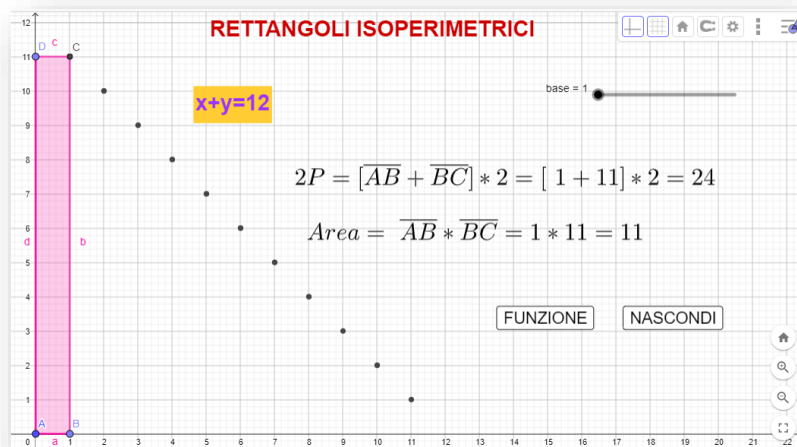
Si chiede quindi ai gruppi di individuare come tutti i vertici liberi dei rettangoli siano disposti su una retta. La condivisione delle osservazioni viene fatta in plenaria affinché tutti possano giungere a riflessioni condivise.

La verifica formale delle osservazioni viene proposta facendo ricorso a geogebra (software di geometria dinamica. Il gruppo classe ha un account già dalla prima media per poter lavorare liberamente on-line).

Se prima con il geopiano si suggeriva ai ragazzi una visione statica dei rettangoli isoperimetrici ora con geogebra si vuole favorire una visione dinamica che permetta di individuare più facilmente le relazioni tra le variabili e l'equazione della retta. Le figure costruite possono infatti essere manipolate dinamicamente, non solo trascinate nel piano, ma anche modificate (nel senso di allargate, ristrette e quant'altro), mantenendone però invariato il protocollo di costruzione. In questo percorso il ricorso a geogebra permette l'integrazione di registri di rappresentazione diversi (come quello geometrico e quello analitico) che consente la modellizzazione della situazione matematica. La possibilità di visualizzare la traccia di un'animazione dinamica consente poi di vedere l'evoluzione dei modelli. In pratica vengono

progressivamente proposti al gruppo classe: problemi di costruzione, problemi di esplorazione fino ad arrivare a problemi di modellizzazione in cui si chiede loro di determinare il massimo o il minimo di una certa grandezza, oppure di studiare come varia una grandezza in funzione di un'altra.

Dalla discussione collettiva dovrà emergere **che la relazione che lega la base con l'altezza rappresenta l'equazione della retta che unisce i vertici liberi dei rettangoli** ($x + y = 12$)



Viene assegnato come compito a casa la realizzazione su file di geogebra di rettangoli isoperimetrici di 24 unità. Si chiede di individuare l'equazione della retta sulla quale si trovano i vertici liberi.

La richiesta successiva sarà quella di prevedere e verificare l'equazione della retta sulla quale si troveranno i vertici liberi

dei rettangoli isoperimetrici con perimetro 16, 20 e 28 unità. Il problema si sposta così su considerazioni di geometria analitica. La condizione *base + altezza = costante* e cioè $x + y = k$ porta l'attenzione su un punto variabile lungo una retta (il vertice libero dei rettangoli isoperimetrici) e dà pertanto l'equazione di una retta.

Strumenti e materiali: Lim – filo – ppt – Scheda “[Non perdere il filo labs](#)” – qr code reader – geogebra classico: [rettangoli isoperimetrici](#) – [Protocollo di costruzione rettangoli isoperimetrici](#)

6. Riporta sul GEOPIANO tutti i rettangoli aventi come perimetro 24 cm.
Che cosa puoi notare? Ripeti rispettivamente per i rettangoli aventi perimetro 16 cm, 20 cm, 28 cm





7. Disegna un piano cartesiano a un quadrante. Riporta sull'asse x la misura della base e sull'asse y l'altezza. Rappresenta i rettangoli di perimetro 24 cm.

8. Apri un file di geogebra e riporta su di esso rettangoli di perimetro 24 u. Qual è la relazione che lega la base e l'altezza?



9. Apri un file di geogebra ed esegui il **protocollo di costruzione** dei rettangoli isoperimetrici di 24 u.

10. Riporta su un file geogebra i rettangoli di $2p=16$, $2p=20$ e $2p=28$ seguendo le indicazioni del protocollo di costruzione. Come si chiameranno le equazioni delle tre rette che uniscono i vertici liberi dei rettangoli?



11. Disegna un piano cartesiano a un quadrante. Riporta sull'asse y l'area dei rettangoli di perimetro 24 cm mentre sull'asse delle x la base corrispondente. Che cosa puoi notare?



12. Prendi visione del filmato e prova a ipotizzare in quale caso la palla centerà il canestro. Riporta di seguito le tue previsioni



--



13. Scarica le immagini relative ai diversi lanci a canestro e apri il file di geogebra che trovi qui sotto. Verifica in quale caso riuscirà a fare canestro. Quali sono le caratteristiche che una traiettoria efficace deve rispettare?



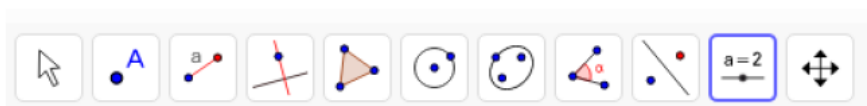


Roberta Fantini 18/19

PROTOCOLLO di COSTRUZIONE

RETTANGOLI /SOPERIMETRICI

Perimetro = 24



- ☐ Slider – intero. Nome: n . Intervallo: minimo 1, max 11, incremento: 1.
- ☐ Segmento di lunghezza fissa – Vertice A (0;0). Lunghezza: n .
Si genera così il segmento AB funzione dello slider
- ☐ Segmento di lunghezza fissa – Vertice (0;0). Lunghezza: $12 - n$
Si genera così il segmento AC.
- ☐ Portare l'estremo C del segmento AC sull'asse delle y. AC rappresenta così l'altezza del rettangolo.
- ☐ Rinomina l'estremo C denominandolo D
- ☐ Segmento di lunghezza fissa – vertice D. Lunghezza: n
Si genera così il segmento DC
- ☐ Poligono – unire ABCD
- ☐ Osservare cosa accade muovendo lo slider
- ☐ Muovi – cliccare sul vertice C. Selezionare: Mostra traccia
- ☐ Muovi – clicca sullo slider. Selezionare: Animazione
- Mettere in pausa l'animazione. Verifica l'equazione della retta
- ☐ Retta – Seleziona due punti qualsiasi tra le tracce del vertice C.
- ☐ Vista algebra: verificare che l'equazione della retta è $x+y=12$. Clicca sulla retta e verifica che l'equazione nella forma $y=mx+q$ diventa $y=-x+12$



ATTIVITÀ 4: EQUAZIONE DELLA PARABOLA

Spazi: aula

Modalità: cooperative learning – learning by doing

Si chiede ai gruppi di rappresentare su un piano cartesiano la relazione tra area e base dei rettangoli isoperimetrici consultando le tabelle precedentemente compilate e analizzate. In particolare i ragazzi riportano sull'asse delle x la lunghezza della base mentre sull'asse delle y l'area corrispondente.

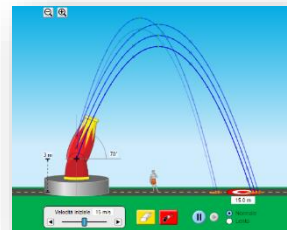
Si introduce così la parabola *“Trovo una legge parabolica in geometria ogni volta che un'area è espressa in funzione di una lunghezza”*. Confrontando i grafici ottenuti dai gruppi si introducono i termini specifici. Sarà compito dell'insegnante traghettare nella realtà quotidiana i concetti appresi proponendo ad esempio qualche tiro al canestro o ricorrendo a questa web-app

<https://phet.colorado.edu/it/simulation/projectile-motion>

per introdurre (volendo) il moto parabolico di un proiettile.

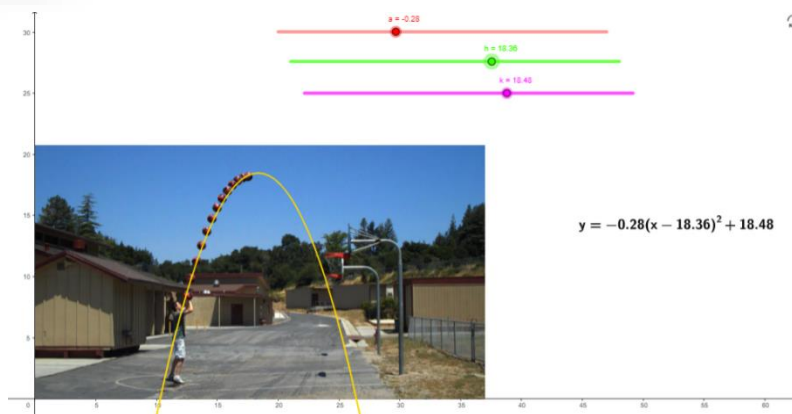
Si prende poi visione del [filmato](#) (qrcode 12) e si chiede ai ragazzi di prevedere in quali occasioni la palla andrà a canestro.

La consegna per casa prevede di scaricare gli [screen-shot dei lanci a canestro](#) e il [file di geogebra](#) (qrcode 13) per verificare le ipotesi.



Una volta in classe le riflessioni verteranno su quali debbano essere le caratteristiche che una traiettoria deve efficace rispettare. In questo modo si permette ai ragazzi di sperimentare come la matematica entri “prepotentemente” nella realtà.

Strumenti: Lim – [presentazione in ppt](#) – [scheda](#) – carta millimetrata – qrcode reader –geogebra classico: [parabola e pallacanestro](#)



ATTIVITÀ 5: IPERBOLE

Spazi: aula

Modalità: cooperative learning – learning by doing.

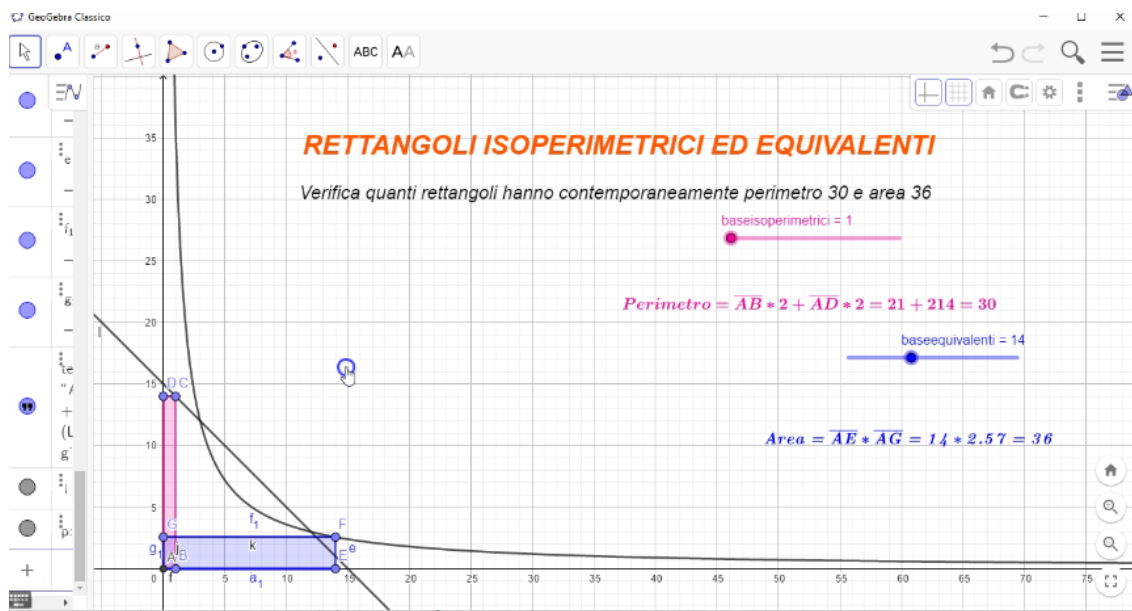
Si chiede ai gruppi di ragionare sui rettangoli di area 36 (è ormai ininfluente l'unità di misura) e di compilare la tabella ragionando sulle possibili misure delle basi e delle altezze e di prevedere quale rettangolo avrà perimetro MINIMO. Successivamente verranno rappresentate sul piano cartesiano basi e altezze e individuata la relazione che le lega introducendo così l'iperbole ($xy=36$).

BASE	ALTEZZA	PERIMETRO
1		

In modo analogo ai rettangoli isoperimetrici si traduce una situazione elementare in un contesto analitico portando a costruire la curva di equazione $x \cdot y = K$, cioè un'iperbole lungo i vertici liberi di quei rettangoli. Si introduce quindi una curva che pur trovandosi nella realtà i ragazzi non hanno mai osservato.

Si procederà poi a rappresentare i rettangoli di area 12 su un file di geogebra seguendo un protocollo di costruzione. La consegna per casa è quella di verificare quanti rettangoli isoperimetrici di 30 ($x+y=15$) sono anche rettangoli equivalenti con area 36 ($xy=36$) utilizzando geogebra e realizzando un video. Viene condivisa con i ragazzi la rubric di valutazione per il video realizzato.

Strumenti e materiali: LIM – [presentazione in ppt](#) – [scheda](#) – [protocollo di costruzione rettangoli equivalenti](#) – geogebra classico: [rettangoli equivalenti](#) – [rubric di valutazione](#)



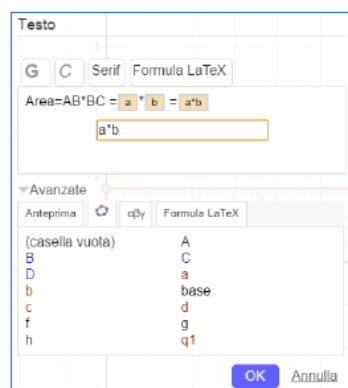
PROTOCOLLO di COSTRUZIONE

RETTANGOLI EQUIVALENTI

AREA = 12



- ☐  $a=2$ Slider – intero. Nome: *base*. Intervallo: minimo 1, max 12, incremento: 1.
- ☐  Segmento di lunghezza fissa – Vertice A (0;0). Lunghezza: *base*. Si genera così il segmento AB la cui lunghezza dipende dallo slider
- ☐ **ABC** Testo – $area = base * altezza$; $altezza = area / base$
- ☐  Segmento di lunghezza fissa – Vertice A (0;0). Lunghezza: $12/base$. Si genera così il segmento AC.
- ☐ Portare l'estremo C del segmento AC sull'asse delle y. AC rappresenta così l'altezza dei rettangoli.
- ☐ Rinomina l'estremo C denominandolo D
- ☐  Segmento di lunghezza fissa – Vertice D. Lunghezza: *base*. Si genera così il segmento DD' la cui lunghezza dipende dallo slider
- ☐ Rinomina l'estremo D' denominandolo C
- ☐  Poligono – unire ABCD
- ☐  cm^2 Area – Clicca all'interno del poligono ABCD per esplicitare l'area (12)
- ☐ **ABC** Testo – $Area = AB * BC =$. Avanzate - . Seleziona segmento *a*. Inserisci il simbolo * da tastiera. Seleziona - segmento *b*. Inserisci il simbolo =. Seleziona – casella vuota. Scrivi all'interno della casella $a*b$. Clicca su ok
- ☐ **ABC** Testo – $Perimetro = AB * 2 + BC * 2 =$. Avanzate - . Seleziona - segmento *a*. Inserisci i simboli *2 da tastiera. Seleziona - segmento *b*. Inserisci i simboli *2 da tastiera. Inserisci il simbolo =. Seleziona – casella vuota. Scrivi all'interno della casella $a*2 + b*2$. Clicca su ok
- ☐  Muovi – cliccare sul vertice C. Selezionare: Mostra traccia. Clicca sullo slider. Selezionare: Animazione.
- ☐ Mettere in pausa l'animazione. Verifica l'equazione.
- ☐  Vista algebra: inserisci l'equazione $y = 12/x$



Rubric di valutazione Video-tutorial

Roberta Fantini 18/19

Categoria	Esperto  4	Professionalista  3	Apprendista  2	Principiante  1
PREPARAZIONE	Il video-tutorial viene consegnata in tempo	Il video-tutorial viene consegnata con un ritardo inferiore a tre giorni disciplinari	Il video-tutorial viene consegnata con un ritardo di oltre 3 giorni disciplinari	Il video-tutorial viene consegnata con un ritardo superiore a 7 giorni disciplinari
EFFICACIA	Il video-tutorial comprende tutte le informazioni necessarie per avere una chiara comprensione del tema.	Il video-tutorial include la maggior parte delle informazioni necessarie per avere una chiara comprensione del tema, ma mancano uno o due elementi chiave.	Il video-tutorial manca di più di due elementi fondamentali. Il video-tutorial è quindi incompleto.	Il video-tutorial è inesatto ed è povero di molti elementi chiave. Non è adeguato ed è insufficiente
SEQUENZIAMENTO INFORMAZIONE	Le informazioni sono organizzate in modo chiaro, logico.	La maggior parte delle informazioni è organizzata in modo chiaro, logico. Qualche informazione sembra fuori luogo.	Solo alcune informazioni sono sequenziate logicamente.	Non esiste un piano chiaro per l'organizzazione delle informazioni.
DURATA	Il video-tutorial ha una durata di circa 5-7 minuti.	Il video-tutorial ha una durata superiore a 10 minuti	Il video-tutorial ha una durata superiore a 13 minuti	Il video-tutorial ha una durata inferiore ai 5 minuti.

Rubric di valutazione Video-tutorial

Roberta Fantini 18/19

LESSICO	L'alunno utilizza un RICCO lessico PERSONALE, specifico e appropriato.	Il linguaggio è SINTETICO ma EFFICACE.	Il linguaggio è a volte involuto e PROLISSO	Il linguaggio è CONFUSO e non sempre adeguato.
ESPOSIZIONE	L'esposizione ha un BUON RITMO. L'alunno utilizza le PAUSE e il VOLUME della voce per rendere efficacemente il SIGNIFICATO.	Il ritmo e il volume sono efficaci.	Il ritmo e il volume sono ADEGUATI.	Il ritmo e il volume non sono sempre adeguati
ORIGINALITA'	Il video-tutorial mostra una notevole originalità e inventiva. Il contenuto e le idee sono presentati in modo unico e interessante.	Il video-tutorial mostra una certa originalità e inventiva. Il contenuto e le idee sono presentati in un modo interessante.	Il video-tutorial mostra un tentativo di originalità e inventiva.	Il video-tutorial è un rimaneggiamento di altre idee e / o grafiche e non mostra originalità
	4	3	2	1

TOT _____/28

ESPANSIONE CLASSE TERZA

ATTIVITÀ 6: ELLISSE



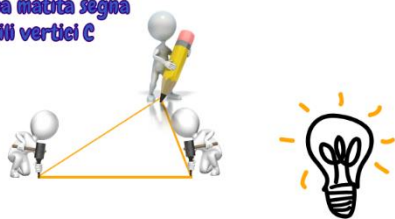
Spazi: classe

Modalità: cooperative learning

Dopo aver ripreso le osservazioni emerse con le attività precedenti viene proposta ai ragazzi, suddivisi in gruppi eterogenei al loro interno ma omogenei tra loro, la domanda : **“due triangoli con lo stesso perimetro avranno anche la stessa area?”**

Si concede tempo ai gruppi per confrontarsi successivamente l'insegnante suggerisce quindi la verifica sperimentale consegnando a ogni membro del gruppo **un filo di lunghezza arbitraria**. Dopo aver fissato

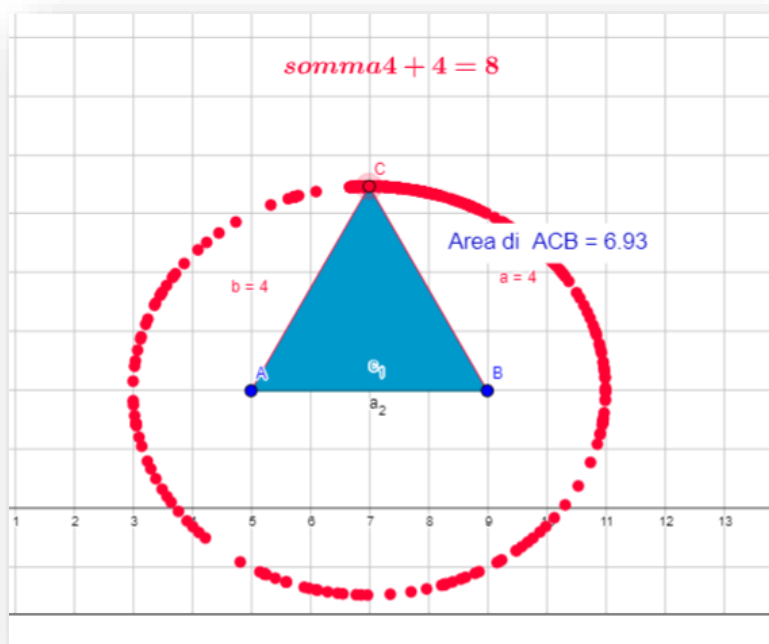
Fissa con due fermacampioni gli estremi A e B di un lato del triangolo. Con una matita segna tutti i possibili vertici C



le due estremità del filo si suggerisce ai ragazzi di utilizzare una matita per rappresentare il terzo vertice. Spostando dinamicamente la matita si verifica che non tutti i triangoli avranno la stessa area e che i vertici liberi si dispongono su una curva chiusa (chiamata ellisse). La domanda successiva che viene posta ai ragazzi è quella di individuare **quale tra i triangoli ha area massima**.

La verifica sperimentale, utilizzando anche geogebra, porta a individuare il triangolo isoscele come il triangolo con altezza massima.

Strumenti e materiali: LIM – [presentazione in ppt](#) – filo – geogebra classico: [triangoli isoperimetrici](#)



LINK AI MATERIALI**Pdf**

1. Innesco: Ricordate di essere curiosi <https://qr.go.page.link/QNDGv>
2. Presentazione ppt: Non perdere il filo <https://qr.go.page.link/yFhCN>
3. Scheda: Non perdere il filo labs <https://qr.go.page.link/iok2i>
4. Protocollo di costruzione: rettangoli isoperimetrici <https://qr.go.page.link/JYJsa>
5. Protocollo di costruzione: rettangoli equivalenti <https://qr.go.page.link/587Z3>
6. Rubric: Valutazione video-tutorial <https://qr.go.page.link/PaE6W>
7. Verifiche finali: <https://qr.go.page.link/qn6et>

Geogebra

1. Rettangoli isoperimetrici: [rettangoli isoperimetrici](#)
2. Rettangoli equivalenti: [rettangoli equivalenti](#)
3. Triangoli isoperimetrici: [triangoli isoperimetrici](#)
4. Poligoni Regolari: [Esplorazione poligoni regolari isoperimetrici](#)
5. Parabola e Pallacanestro: [parabola e pallacanestro](#)

Immagini

1. Screenshot – pallacanestro: <https://qr.go.page.link/bu7wt>

Video

1. Galileo Galilei: <https://youtu.be/8M7-e-t001A>
2. Parabola-basket <https://qr.go.page.link/H3U2i>
3. Parabola-basket – riposte <https://qr.go.page.link/E2y2f>
4. Videotutorial Sabrina: <https://qr.go.page.link/SqZgu>
5. Videotutorial Martina: <https://qr.go.page.link/rUD5w>

App

1. Geogebra: <https://www.geogebra.org/?lang=it>
2. Geoboard: <https://apps.mathlearningcenter.org/geoboard/>
3. Phet: <https://phet.colorado.edu/it/simulation/projectile-motion>
4. Qr-code generator : <https://www.the-qr-code-generator.com>
5. Qr-code reader:
android- <https://play.google.com/store/apps/details?id=me.scan.android.client&hl=it>
ios - <https://apps.apple.com/it/app/qr-code-reader-and-scanner/id388175979>

