5° PREMIO NAZIONALE "CESARE CANCELLIERI"

Sezione A: Didattica della matematica

GIROTONDO DI STELLE

Diana Cipressi

"E poi le divisioni non le reggo.

- *Perché no?*
- *Ma perché quando si usa il più o il meno, o si moltiplica, i conti tornano sempre. Quando si divide invece no. Spesso c'è un qualche resto che mi dà un fastidio tremendo."*

Hans M. Ensensberger. *Il mago dei numeri*. Einaudi.

IDEAZIONE

La percezione ricorrente tra gli alunni è quella di una matematica fondata sulla visione epistemologicamente distorta di una disciplina che si occupa principalmente di calcoli e formule o di regole da memorizzare.

La curiosità degli alunni, per di più, nell'esplorare situazioni problematiche è spesso limitata dalla difficoltà nella gestione di situazioni "aperte" e da un senso di smarrimento nelle lezioni "non frontali".

Un orientamento per la scuola secondaria di primo grado è dato dalle I*ndicazioni Nazionali per il curricolo 2012* che fissano al termine della classe terza i traguardi per lo sviluppo delle competenze: "*L'alunno ha rafforzato un atteggiamento positivo rispetto alla matematica e, attraverso esperienze in contesti significativi, ha capito come gli strumenti matematici appresi siano utili in molte situazioni per operare nella realtà*".

In questa ottica, "*Girotondo di stelle*" è un laboratorio didattico - realizzato nell'a.s. 2015-16 con la classe 1B della scuola sec. di 1° grado "*G. Mezzanotte*" di Chieti - che pone in primo piano la costruzione di un apprendimento significativo attraverso la combinazione di una *didattica per problemi* con il *Cooperative Learning*. L'alunno è un protagonista che ricerca procedure risolutive nel contesto quotidiano, che riflette sugli errori manipolando opportuni materiali strutturati, e collabora con i pari per il raggiungimento di un obiettivo comune.

Girotondo di stelle è un progetto incentrato sul tema della ***divisibilità***, un concetto portante dell'aritmetica per gli alunni che devono mettere le basi di un apprendimento solido sui diversi aspetti della divisione (divisore, quoziente, resto, numero primo, …). L'impianto del laboratorio permette di concretizzare anche un valido connubio tra aritmetica e geometria.

Il percorso è articolato in esperienze di tre tipologie: **ludiche** (il gioco di carte), **fenomenologiche** (il ciclo del tempo) e **storiche** (Gauss e l'aritmetica modulare). Le sessioni di apprendimento sono:

SESSIONE 1- ***Il gioco delle carte***, per individuare i termini della divisione (divisore, quoziente, resto, ..);
SESSIONE 2 e 3 - ***I geopiani*** per raccogliere dati sulla divisibilità, grazie all'osservazione dei poligoni stellati tracciati con i fili di lana colorata;
SESSIONE 4 - ***L'aritmetica modulare*** per risolvere problemi di vita quotidiana relativi all'uso del calendario;
SESSIONE 5 – **La magigicada** e il ciclo vitale degli insetti

OBIETTIVI E COMPETENZE

Competenze

L'alunno deve

- rafforzare un atteggiamento positivo rispetto alla matematica attraverso esperienze significative e capire come gli strumenti matematici appresi siano utili in molte situazioni per operare nella realtà;
- riconoscere e risolvere problemi in contesti diversi valutando le informazioni e la loro coerenza;
- comprendere la periodicità di fenomeni ciclici.

Obiettivi

L'alunno deve

- individuare multipli e divisori di un numero naturale, numeri primi e composti;
- scrivere la divisione tra due numeri naturali a e b (b non nullo) come uguaglianza $a=bxq+r;$
- descrivere e riprodurre figure, disegni geometrici;
- applicare la divisibilità a situazioni problematiche legate alla vita quotidiana.

METODOLOGIA

- **Learning by doing**
  L'alunno è partecipe e attivo, si trova in un'autentica esperienza formativa, nel quale può manipolare strumenti adeguati (carte da gioco, geopiani, ecc) per valorizzare la competenza "imparare ad imparare".

- **Valorizzazione dell'errore**
  Sul dizionario Treccani la parola "*errore*" ha il seguente significato "*L'andar vagando, colpa, azione inopportuna, svantaggiosa …"*
  In questo laboratorio didattico, sbagliare è concesso; l'alunno può spaziare entro una situazione non nota, sentirsi tranquillo di commettere sbagli sapendo che dovrà elaborare gradualmente azioni più idonee e appropriate, anche a distanza di tempo.

- **Problem solving**
  L'alunno è un protagonista; può sperimentare la ricerca di soluzioni non note, manipolare strumenti didattici, raccogliere dati e informazioni, determinare i fattori rilevanti del problema, scegliere un percorso risolutivo e valutare con i compagni di classe i risultati raggiunti.

- **Cooperative Learning**
  La classe, divisa in piccoli gruppi, svolge il compito assegnato con spirito di squadra e l'aiuto reciproco. Le sessioni di lavoro prevedono la formulazione progressiva di scelte risolutive autonome e condivise, la corresponsabilità del gruppo nel raggiungimento degli obiettivi.

- **Revisione metacognitiva**
  I gruppi discutono e riflettono continuamente sui processi attuati nella ricerca di strade più efficaci. A fine sessione, i gruppi esprimono i propri punti di vista a tutta la classe, raccolgono e rielaborano le informazioni dibattute. Le scelte condivise diventano più consapevoli.

❖ SESSIONE 1: IL GIOCO DELLE CARTE

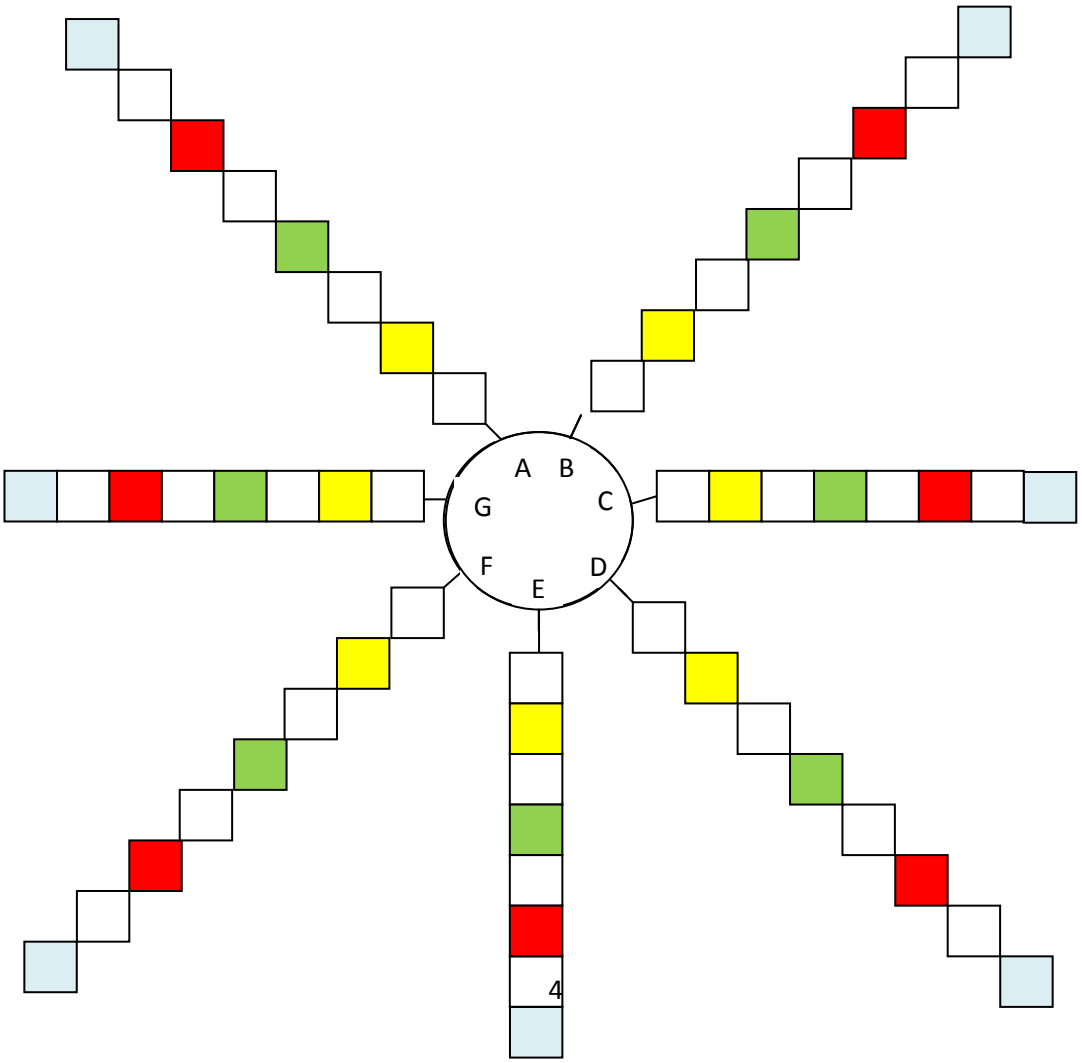
L'insegnante invita la classe ad esaminare il gioco delle carte e ad individuare gli elementi che lo caratterizzano (il verso di rotazione delle carte, il punto di partenza della rotazione, il numero di giocatori, il numero di carte del mazzo).
Ogni gruppo di lavoro (di 4 o 5 alunni), dopo aver realizzato il proprio mazzo di carte, distribuisce con mano le carte numerate in senso orario e annota la ripartizione dei cinquanta numeri in un diagramma come quello della Scheda 1.

SESSIONE 1 - SCHEDA 1: IL GIOCO DELLE CARTE

Componenti del gruppo ……

1. *Sette giocatori sono posizionati intorno ad un tavolo rotondo e hanno a disposizione un mazzo di carte numerate da 1 a 50. Un giocatore distribuisce le carte senza saltare nessuno. Potete prevedere chi riceverà la carta numero n?*
   ……..
   ……..

2. Scrivete il numero di tutte le carte, che avete distribuito intorno al tavolo, uno in ogni casella dei della "stella" seguente:



3. Il giocatore D ha una sequenza di numeri. Stabilite una relazione aritmetica tra questi numeri.
……
……

4. Prendete la carta numero 18 e completate la seguente uguaglianza, inserendo un numero in ciascuna casella vuota

Numero della carta 18	=	Numero di giocatori 7	x		+	

Che cosa rappresenta il numero che moltiplica 7? …….

Che cosa rappresenta il numero dell'ultima casella? …….

Ripetete il procedimento con tutti i numeri della sequenza che contiene il 18 e scrivi le uguaglianze
……..……
……..

Cosa potete dire dei numeri dell'ultima casella? ……..

5. Se il mazzo fosse formato da *più di 50 carte*, sapreste dire a quale giocatore finirà la carta numero 365? ……. Giustificate la risposta .....
……
……
……

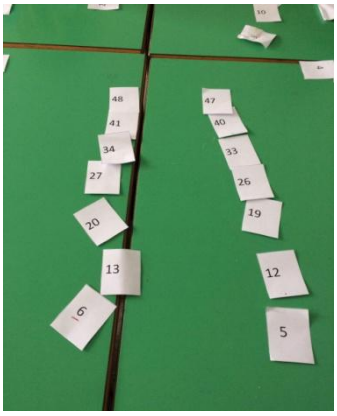
6. Inserite nelle tabella i seguenti termini: *resto, divisore, dividendo, quoziente.*

Il gioco delle carte	I termini dell'aritmetica
numero di carte	
numero di giocatori	
numero di giri	
numero di carte avanzate	

SESSIONE 1 - RIFLESSIONI

Dalla discussione emerge che il giocatore D è in possesso dei numeri 4, 11, 18, 25, 32, 39, 46.
Gli alunni provano a descrivere il legame tra i numeri della successione:

- tra un numero e il suo successivo occorre *aggiungere* sette: 4+7 =11; 11+7 = 18; …
- tra due numeri successivi la *differenza* è sette; 11- 4 = 7; 18 – 11 = 7; …
- i numeri del settimo giocatore sono *multipli* di sette: 7, 14, 21, 28, …
- i numeri di una successione hanno sempre lo stesso *resto* se divisi per sette: 4, 11, 18, … hanno resto 4.



Dopo aver rilevato le differenze di linguaggio utilizzate, cerchiamo di porre l'attenzione sulle divisioni e in particolare sul resto. Scriviamo le divisioni in colonna:

$$\begin{array}{r|l} 4 & 7 \\ \hline 4 & 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 11 & 7 \\ \hline 4 & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 18 & 7 \\ \hline 4 & 2 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 25 & 7 \\ \hline 4 & 3 \end{array} \qquad \ldots..$$

e le trasformiamo in uguaglianze:

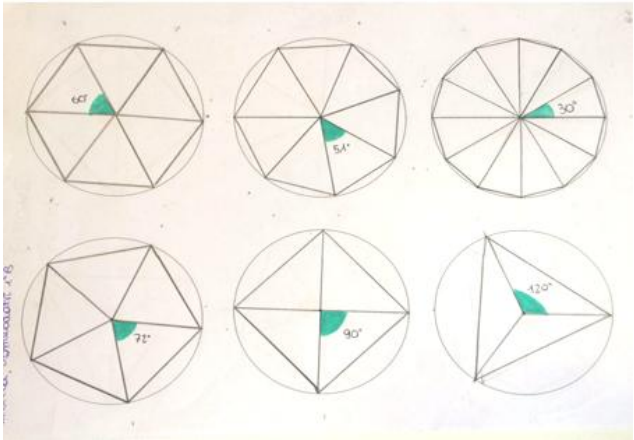
$$4 = 7 \times 0 + 4 \qquad 11 = 7 \times 1 + 4 \qquad 18 = 7 \times 2 + 4 \qquad 25 = 7 \times 3 + 4 \qquad .....$$

Scopriamo che se *a* e *b* sono due numeri naturali (*b* diverso da zero), esistono due numeri naturali *q* (quoziente) ed *r* (resto) tali che $a = b \times q + r$.

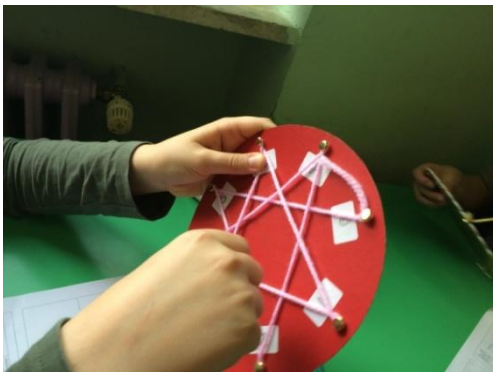
❖ SESSIONE 2: I GEOPIANI

Per costruire i geopiani, occorrono cerchi di cartone e fermacampione. Il geopiano *n* presenta *n* fori equidistanti tra loro (numerati da 0 a *n-1*) nei quali sono fissati i fermacampione.

Per la realizzazione dei geopiani, proponiamo la suddivisione dell'angolo giro (quindi di un cerchio) in *n* parti uguali; dopo aver calcolato l'ampiezza dell'angolo al centro, gli alunni individuano con un goniometro i punti equidistanti sulla circonferenza; i vertici dei poligoni regolari disegnati, fissano la posizione dei fori per i fermacampione.



Suddivisioni dell'angolo giro

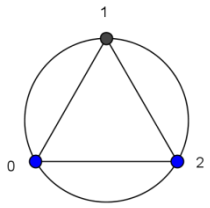
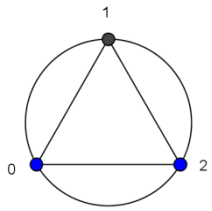
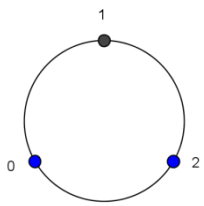


Il geopiano 8

L'insegnante inizia ad illustrare il **Geopiano 3**:

> *"Annodo il filo al piolo n. 0, faccio 1 passo alla volta girando in senso orario e lego il filo al piolo n. 1; proseguo in senso orario, annodo il filo al piolo n. 2 e infine torno al piolo di partenza. Ecco … un triangolo equilatero.*
>
> *Ora provo sempre in senso orario con due passi. Annodo il filo al piolo n° 0 e lego il filo al piolo n.2 e poi al piolo n.1. Vedete un triangolo …. equilatero, ma percorso …. all'incontrario!*
>
> *Ora provo con tre passi alla volta. Il filo torna sempre al piolo di partenza: faccio tre piccoli nodi su ciascun piolo.*

Gli alunni possono ora disegnare sul quaderno le figure del Geopiano 3

Le figure del Geopiano 3		
		
1 passo	2 passi	3 passi
Triangolo equilatero 012 percorso in senso orario	*Triangolo equilatero 021 percorso in senso antiorario*	*Tre nodi*

SESSIONE 2: LE FIGURE (*n, k*) SUI GEOPIANI

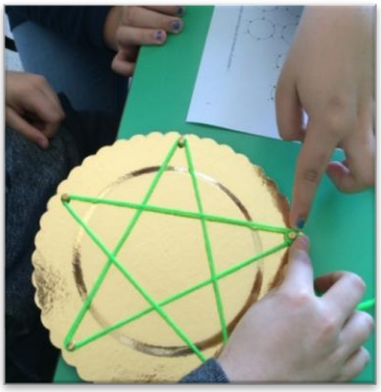
La classe divisa in gruppi può adesso esaminare le figure *(n, k)* tracciate dal filo sui geopiani al variare del numero *n* di pioli e del numero *k* di passi del filo.

Iniziamo con i geopiani più piccoli (4, 5, 6 e 7), per evitare un disorientamento iniziale ed acquisire confidenza con la situazione problematica.

Gli alunni imparano ad avvolgere il filo di lana sui pioli dei geopiani, prendono familiarità con i poligoni regolari e raccolgono le osservazioni in apposite tabelle.

La tabella di ciascun geopiano *n* prevede: il passo *k* (da *1* ad *n)*, la descrizione delle figure *(n, k)* tracciate con il filo sul geopiano, il numero di fili utilizzati per toccare tutti i fermacampione.

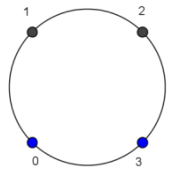
Il filo di lana e le figure (n, k)

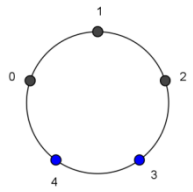


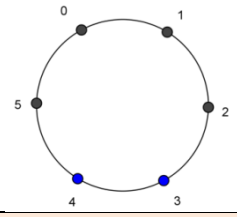
SESSIONE 2 – SCHEDA 2: LE FIGURE (n, k) SUI GEOPIANI

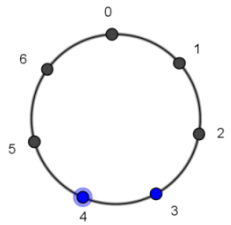
Componenti del gruppo …….

Avete a disposizione i geopiani con 4, 5, 6 e 7. Utilizzate il filo di lana per collegare i pioli tra di loro: girate in *senso orario* ed eseguite *k* passi uguali (con *k* minore o uguale a *n*), fino a tornare al piolo di partenza. Osservate ciò che accade e completate le tabelle:

GEOPIANO con *n=4* pioli				
	Istruzioni per collegare i pioli (k passi)	Nome della figura (n, k)	Descrizione della figura	Quanti fili hai usato per toccare tutti i pioli?
	Tutti	(4, 1)		
	Ogni due	(4,2)		
	Ogni tre	(4,3)		
	Ogni quattro	(4,4)		

GEOPIANO con *n=5* pioli				
	Istruzioni per collegare i pioli (k passi)	Nome della figura (n, k)	Descrizione della figura	Quanti fili hai usato per toccare tutti i pioli?
	Tutti			
	Ogni due			
	Ogni tre			
	Ogni quattro			
	Ogni cinque			

GEOPIANO con *n=6* pioli				
	Istruzioni per collegare i pioli (k passi)	Nome della figura (n, k)	Descrizione della figura	Quanti fili hai usato per toccare tutti i pioli?
	Tutti			
	Ogni due			
	Ogni tre			
	Ogni quattro			
	Ogni cinque			
	Ogni sei			

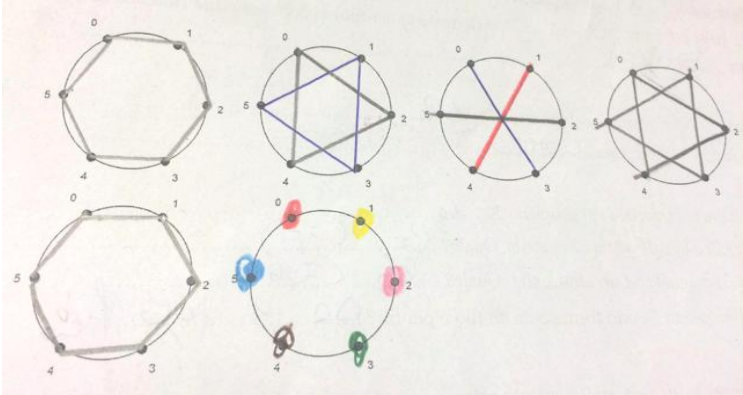
GEOPIANO con *n=7*pioli				
	Istruzioni per collegare i pioli (k passi)	Nome della figura (n, k)	Descrizione della figura	Quanti fili hai usato per toccare tutti i pioli?
	Tutti			
	Ogni due			
	Ogni tre			
	Ogni quattro			
	Ogni cinque			
	Ogni sei			
	Ogni sette			

- Disegnate su un foglio le figure che tracciate con il filo di lana.

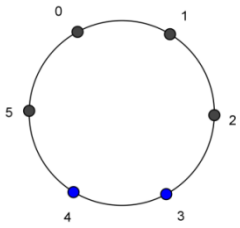
- Avete notato figure uguali in ciascun geopiano. Fate qualche esempio
  …….....
  …….....
- Che cosa notate tra le due stelle (7, 2) e (7, 5)?
  …….....
- Le figure (n, k) formate da un solo filo sono dette poligoni *semplici*. Fate qualche esempio:
  …….....
  …….....
- Le figure (n, k) formate da un più fili sono dette poligoni *composti*. Fate qualche esempio:
  …….....
  …….....
- In che modo si comportano i geopiani 5 e 7?
  …….....
  …….....
- Perché secondo voi alcuni geopiani presentano tante stelle formate da un solo filo?
  …….....
  …….....

SESSIONE 2 - RIFLESSIONI

Gli alunni disegnano le figure (*n*, *k*) osservate ed evidenziano con i colori il numero di fili utilizzati.



Gli alunni notano che le tabelle sono simmetriche; ad esempio nel geopiano 6, sono presenti coppie di figure uguali formate dallo stesso numero di fili: le figure (6,1) e (6,5), così pure le figure (6,2) e (6,4).

GEOPIANO con *n*=6 pioli	I passi *k* per collegare i pioli	Nome della figura (n,k)	Descrizione della figura	Numero di fili usati per toccare tutti i pioli
	Tutti	(6,1)	Esagono regolare	**1**
	Ogni due	(6, 2)	Due triangoli equilateri	**2**
	Ogni tre	(6, 3)	Tre segmenti	**3**
	Ogni quattro	(6,4)	Due triangoli equilateri	**2**
	Ogni cinque	(6, 5)	Esagono regolare	**1**
	Ogni sei	(6, 6)	Sei punti	6

GEOPIANO 6

Figura (6, 3)

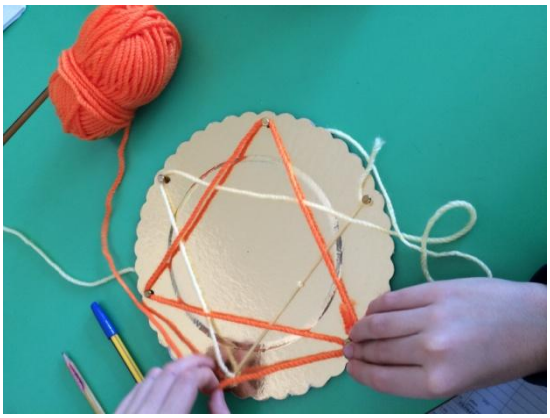


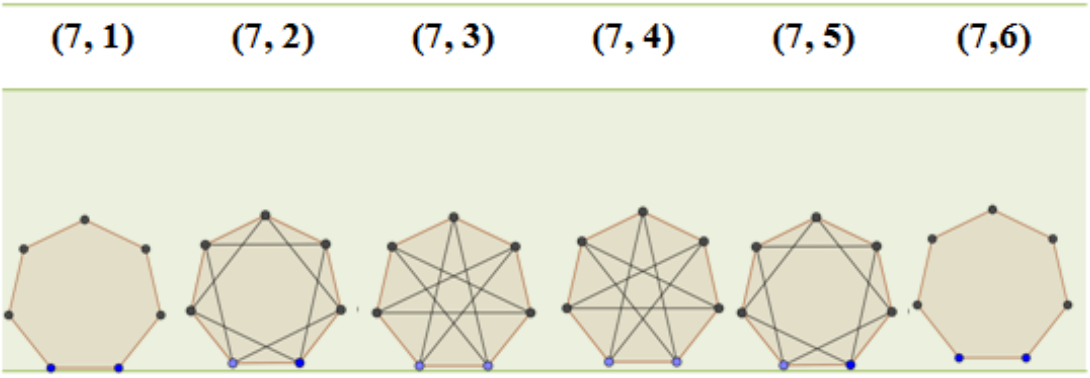
Figura (6, 2)

GEOPIANO 7

Figura (7, 3)

Figura (7, 2)

I gruppi di lavoro esaminano tutti i geopiani e notano che il geopiano 7 ha un comportamento diverso dal geopiano 6, infatti molte delle figure *(7, k)* sono realizzate da *un solo* filo:



Le figure del geopiano 7

A questo punto iniziamo a riflettere sulle differenze tra un geopiano e l'altro: *il geopiano 6 presenta figure composte da 1, 2, oppure 3 fili mentre il geopiano 7 solo figure composte da 1 filo. Da che cosa può dipendere?*

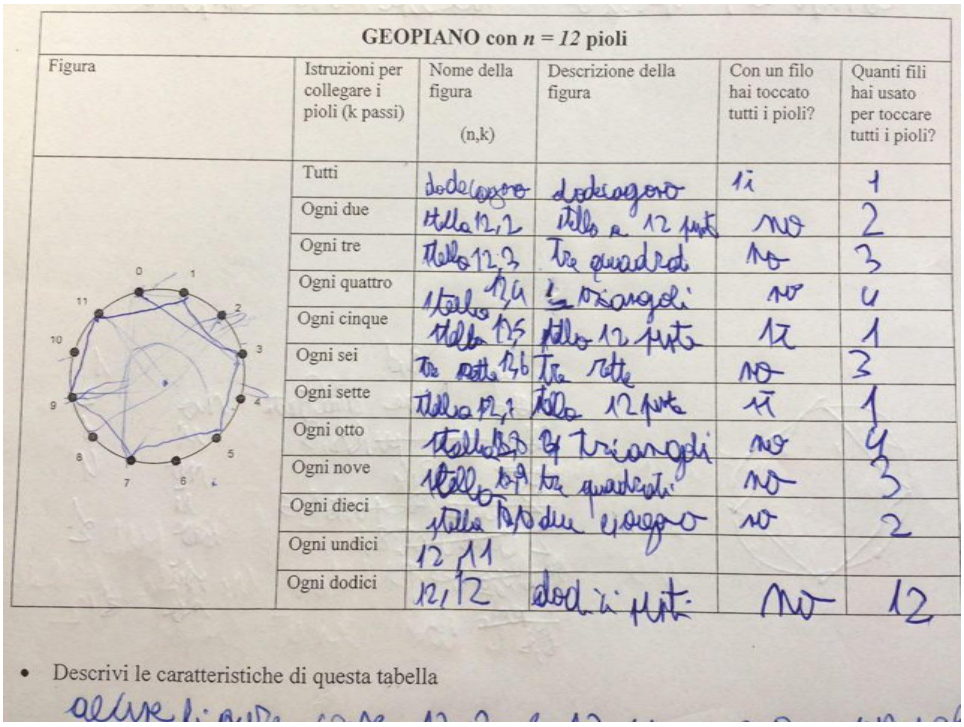
Dai pochi casi esaminati, in realtà non è facile trovare una risposta; un'ipotesi spontanea ma errata degli alunni attribuisce il diverso comportamento alla natura dei numeri 6 e 7, il primo pari e il secondo dispari.

❖ SESSIONE 3 – ANCORA GEOPIANI

Questa è l'occasione per scoprire la divisibilità tra il numero *n* di pioli e il numero *k* di passi. A tale scopo occorrono altri geopiani di dimensioni maggiori. Proponiamo i geopiani 9 e 12: il geopiano 9 (numero dispari ma composto) sarà di aiuto per correggere le intuizioni errate e il geopiano 12 un punto di riferimento per sviluppare situazioni problematiche legate all'orologio o ai mesi di un anno.

SESSIONE 3 - ATTIVITA'

- I gruppi di lavoro osservano i geopiani e raccolgono raccolgono le osservazioni nelle tabelle predisposte. Descrivono le caratteristiche dei dati inseriti nelle tabelle e analizzano comportamenti uguali o differenti tra vari geopiani.



GEOPIANO con *n* = *12* pioli

Figura	Istruzioni per collegare i pioli (k passi)	Nome della figura (n,k)	Descrizione della figura	Con un filo hai toccato tutti i pioli?	Quanti fili hai usato per toccare tutti i pioli?
	Tutti	dodecagono	dodecagono	sì	1
	Ogni due	stella 12,2	stella a 12 punte	no	2
	Ogni tre	stella 12,3	tre quadrati	no	3
	Ogni quattro	stella 12,4	4 triangoli	no	4
	Ogni cinque	stella 12,5	stella 12 punte	sì	1
	Ogni sei	tre rette 12,6	tre rette	no	3
	Ogni sette	stella 12,7	stella 12 punte	sì	1
	Ogni otto	stella 12,8	4 triangoli	no	4
	Ogni nove	stella 12,9	tre quadrati	no	3
	Ogni dieci	stella 12,10	due esagono	no	2
	Ogni undici	12,11			
	Ogni dodici	12,12	dodici punti	no	12

- Descrivi le caratteristiche di questa tabella

- Gli alunni ricercano quali geopiani contengono *solo* figure semplici:

Geopiano n	**Tutte le figure sono realizzate con un solo filo?**	**Geopiano n**	**Tutte le figure sono realizzate con un solo filo?**
Geopiano 3	SI NO	Geopiano 8	SI NO
Geopiano 4	SI NO	Geopiano 9	SI NO
Geopiano 5	SI NO	Geopiano 10	SI NO
Geopiano 6	SI NO	Geopiano 11	SI NO
Geopiano 7	SI NO	Geopiano 12	SI NO

Essi osservano che alcuni geopiani presentano stelle semplici e composte e altri solo stelle semplici:

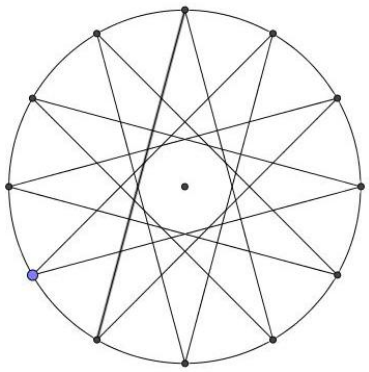
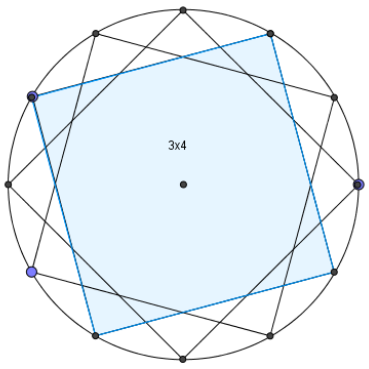
- i geopiani 5, 7, 11 solo figure (*n*,*k*) realizzate con un filo (tranne per *k*=*n*)
- i geopiani 4, 6, 8, 9, 10, 12 alterano figure (*n*,*k*) con un solo filo a quelle con più fili.

Dunque la natura delle figure (*n*,*k*) presenti su un geopiano *non* dipende dalla parità del numero *n* di pioli: i geopiani 7 e 9 infatti, pur essendo entrambi dispari, hanno uno diverso comportamento.
Gli alunni intuiscono con facilità che se il numero dei pioli *n* è un *numero primo* allora sul geopiano si tracciano solo stelle semplici

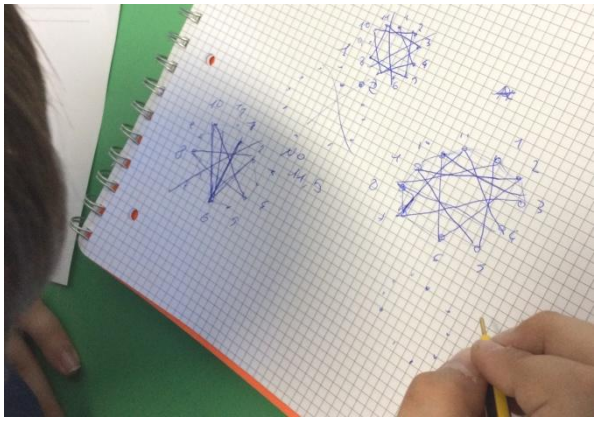
- I gruppi di lavoro devono formulare un'ipotesi che contempli tutti i casi possibili e che metta in relazione i numeri *n* e *k* rispetto al numero di fili utilizzati.
  Elencano tutte le stelle semplici (n, k) individuate nei vari geopiani:

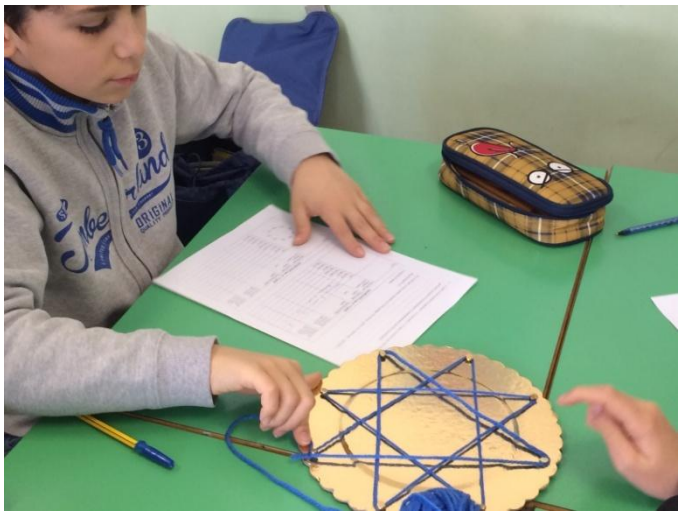
Poligoni stellati semplici					
…					
(8,1)	(8,3)	(8,5)	(8,7)		
(9,1)	(9,2)	(9,4)	(9,5)	(9,7)	(9,8)
(10,1)	(10,3)	(10,7)	(10,9)		
….					
(12,1)	(12,5)	(12,7)	(12,11)		

- Sarà chiaro a questo punto che:
  - Il passo *k* non è un *divisore* del numero *n* di pioli (cioè *n* e *k* sono *primi tra loro*) come nella figura (12, 5) formata da un solo .filo
  - Il passo *k* è un *divisore* del numero *n* di pioli come nella figura (12, 3) formata da 3 fili.

k non è un divisore di n	k è un divisore di n
 Figura (12, 5)	 Figura (12, 3)

LA CLASSE 1B - WORK IN PROGRESS





VIDEO

https://www.youtube.com/watch?v=wsOh8V8SDMQ

https://www.youtube.com/watch?v=q98VANdwSnM

❖ SESSIONE 4 – L'ARITMETICA MODULARE

Le attività che seguono contribuiscono alla costruzione di un legame tra quello che l'alunno ha imparato a scuola e un contesto di quotidianità, quello relativo all'uso del calendario.
Gli alunni costruiscono su un cartoncino rotondo l'orologio della settimana; la lancetta libera di ruotare, rivolge la punta verso un giorno della settimana.

Riprendiamo in questa fase i concetti avviati con il gioco delle carte. Diciamo che $a \equiv b \pmod{n}$ se n divide $(a - b)$ ovvero:

esiste un intero q tale che $a - b = n \times q$

o anche $a = n \times q + b$.

Anche senza utilizzare questa terminologia, possiamo lavorare con le congruenze modulo n, in particolare con il modulo 7 nel caso dei giorni della settimana.
Eseguendo divisioni con il resto, gli alunni riusciranno a riconoscere numeri congrui:

$50 \equiv 1 \pmod{7}$ $\quad$ $365 \equiv 1 \pmod{7}$ $\quad$ ecc.

SESSIONE 4 - SCHEDA 4: L'ARITMETICA MODULARE

Componenti del gruppo ……

Nella *Fig. 1* i giorni di una settimana sono disegnati attorno ad un cerchio, come se fossero fissati sui pioli di un geopiano 7.

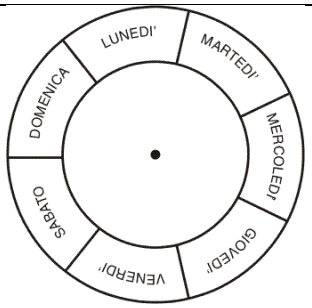
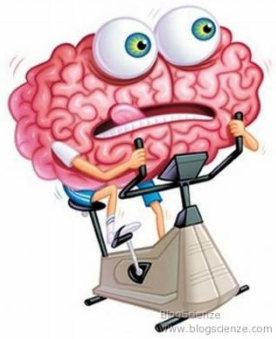


Fig. 1



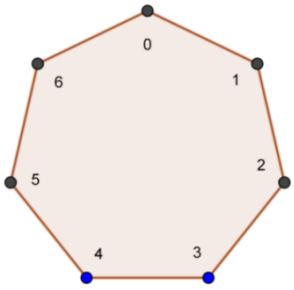


Fig. 2

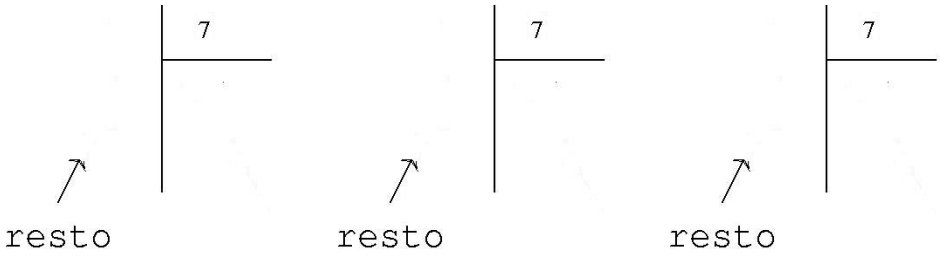
I giorni della settimana sono espressi in *Fig. 2* da 7 numeri, ad esempio: *domenica 0, lunedì 1, ecc.*

SA	DO	LU	MA	ME	GI	VE
0	1	2	3	4	5	6

- Prova con l'orologio della settimana.
  Oggi è sabato 28 gennaio. Quale giorno della settimana sarà tra 7 giorni? ……
  Quale giorno della settimana sarà tra 18 giorni? .....
  Quale giorno sarà tra un anno (non bisestile)? ……

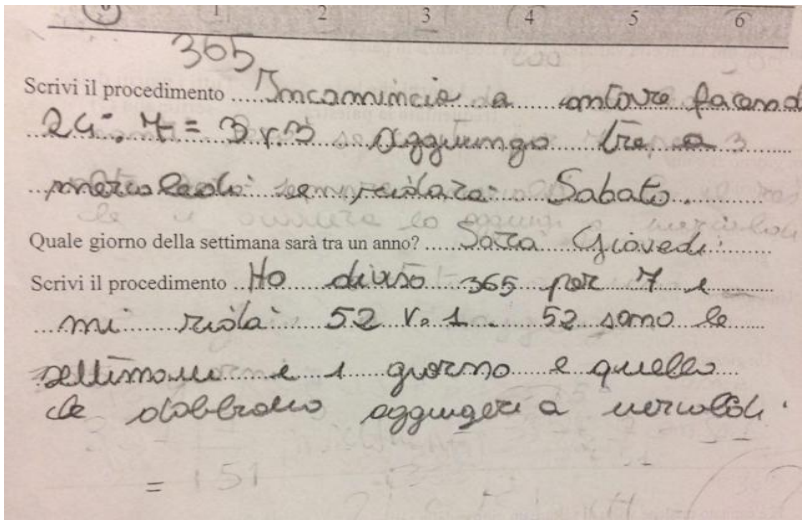
- Prova senza l'uso dell'orologio della settimana.
  Scrivi il procedimento…….....
  …….....
  ……

- Calcola le divisioni relative alle precedenti domande:



Qual è il resto di ciascuna divisione? …….
Quale giorno della settimana corrisponde a ciascun resto?
…….

- Se oggi è mercoledì, come fate a prevedere che girno sarà tra un anno?
  …….
  …….


365
Scrivi il procedimento Incomincio a contare facend
24 : 4 = 3 r 3 Aggiungo tre a
mercoledì e rivalgo: Sabato
Quale giorno della settimana sarà tra un anno? Sarà Giovedì
Scrivi il procedimento Ho diviso 365 per 7 e
mi viene 52 r. 1 52 sono le
settimane e 1 giorno e quello
che abbiamo aggiunge a mercoledì
= 151

SCHEDA 4 - Il calendario

Lunedì 8 febbraio del 2010 Francesco ha compiuto 13 anni. In che giorno della settimana è nato? Ricordate che:

- Un anno è formato da 365 giorni e un anno bisestile da ……. giorni.
- Al numero 365 puoi associare il numero ……..
- Al numero 366 puoi associare il numero ……..

Completate la seguente tabella:

Anno	Numero di giorni	Numero *r*	Giorno della settimana
2010	365		Lunedì
2009	365		Domenica
2008	366 (bisestile)		
2007	365		
2006	365		
2005	365		
2004	366 (bisestile)		

2003	365		
2002	365		
2001	365		
2000	366 (bisestile)		
1999	365		
1998	365		
1997	365		

- L'8 febbraio 1997 era il giorno ……..

SESSIONE 4 – RIFLESSIONI

L'aritmetica modulare, creata da Gauss, è un esempio interessante di aritmetica che opera su un insieme finito.

Gli alunni notano subito la somiglianza tra l'orologio della settimana e un orologio "vero" e scoprono le congruenze modulo 12. Commentano:

- "*15 oppure 3 esprimono la stessa posizione della lancetta dell'orologio; basta dividere 15 con il 12 e ricavare il resto 3"*
- *"Una volta raggiunto l'ultimo numero si ricomincia dal primo"*
- *"Se sommi il 4 con il 15 ottieni:* $4+15=7$ *. In realtà sarebbe 19, ma poi dividi con il 12 e trovi il resto 7"*
- *Non mi sembra difficile*"

SESSIONE 5 - IL CICLO DELLE CICALE

La Magicicada. E' un insetto che ha scelto un numero primo per scandire il suo ciclo vitale, un genere di cicala diffusa nel Nord America con un ciclo vitale di 13 o 17 anni. Dopo aver vissuto nel terreno per 13 anni per alcune specie, e 17 per altre, sotto forma di *ninfa*, emergono tutte contemporaneamente dopo aver scavato una galleria che le conduce in superficie e fanno la loro assordante comparsa. Dopo 17 anni di quiescenza, portano a termine la loro esistenza in un periodo di soli 30/40 giorni, giusto il tempo di recuperare le energie e riprodursi.

L'ultima volta è accaduto nell'estate 2004 nell'America settentrionale, invasa dalle Magicicale 17.
In quale anno ci sarà la successiva invasione di cicale in quel territorio? …….

Meglio una esistenza gregaria! Gli insetti cioè compiono azioni coordinate, uno spostamento in massa. Questo concetto verte sul fatto che esser predati in mezzo a molti altri è statisticamente meno probabile che esser predati stando in mezzo a pochi altri. Questo spiega la contemporaneità del raggiungimento della fase adulta in queste cicale: **sincronizzandosi riusciranno ad evitare meglio la predazione** e, sulla quantità, riusciranno a portare a termine il loro ciclo vitale in percentuali molto elevate.

Ma perché un ciclo di 17 anni e non di …? La durata del ciclo è legata all'evoluzione degli esseri viventi nel trovare nuove strategie per migliorare la competizione nei confronti del proprio rivale. Durante i 17 anni in cui le ninfe sono nascoste sotto terra, i predatori morirebbero di fame, se il loro sostentamento dovesse dipendere solo dalle cicale!

Supponete

- una cicala con il ciclo vitale di 12 anni
- un'altra cicale con il ciclo vitale di 13 anni
- i loro predatori con il ciclo vitale di 2, 3, 4, 6

Completate la tabella:

	Cicala 12	**Cicala 13**
	Ogni quanti anni il predatore può attaccare la cicala?	Ogni quanti anni il predatore può attaccare la cicala?
Predatore A		
Predatore B		
Predatore C		
Predatore D		

In quale caso la Cicala incontra più raramente i predatori?
……
…….

LA VALUTAZIONE

Gli strumenti di valutazione per gli studenti utilizzati sono:

- RUBRICA PER VALUTARE LA PRESTAZIONE FINALE DEL GRUPPO
  Le schede elaborate sono state raccolte progressivamente e osservate in itinere, rispetto ai criteri: *la cura, la completezza del prodotto realizzato; la collaborazione nel gruppo.*

- RUBRICA PER RILEVARE LA PARTECIPAZIONE IN GRUPPO
  Una griglia di auto-osservazione è stata compilata da ogni alunno al termine di ogni sessione per rilevare i livelli di qualità nella partecipazione nel gruppo di lavoro. I parametri osservati sono stati: *l'impegno nello svolgere il proprio ruolo, la comprensione delle consegne, la proposta di idee e procedure, la richiesta di aiuto.*

- PROVA DI VERIFICA DEI LIVELLI RAGGIUNTI
  La prova finale ha previsto quesiti sulle attività svolte:

  a) *Disegna la figura (7,2) e stabilisci quanti fili occorrono per disegnarla.*
  b) *Disegna la figura (8,4), calcola il MCD(8,4) e stabilisci il numero di fili necessari per tracciare la figura.*
  c) *Fai due esempi di figura (n,k) tali che MCD(n,k)=3.*
  d) *Se oggi è sabato, che giorno della settimana sarà tra 90 giorni?Giustifica la risposta con il calcolo, attribuendo ai giorni della settimana i numeri da 0 a 6.*

LA RICADUTA

L'intervento didattico è stato progettato in modo da condurre l'allievo verso una graduale costruzione dei concetti e ad una progressiva riduzione dei timori verso le difficoltà di apprendimento. La sperimentazione ha favorito anche una maggiore riflessione dei processi, un controllo costante delle argomentazioni proposte e un approccio più creativo alle questioni affrontate.

L'uso di oggetti concreti (le carte, i geopiani, l'orologio) hanno permesso agli alunni di misurarsi con qualcosa di visibile e concreto, di partecipare attivamente e di incrementare l'interesse verso la matematica.

In genere gli alunni di una classe prima di scuola sec. di 1° grado devono ancora prendere piena consapevolezza di questa complessa operazione, la divisione. Questo laboratorio didattico ha cercato di mettere in risalto una varietà di situazioni problematiche che necessitano della divisione con o senza resto. Gli alunni hanno appreso che la divisione in realtà non è una vera e propria operazione su N, che a due numeri naturali a e b (b diverso da zero) si possono associare due numeri naturali (il quoziente q e il resto r, con $r<b$) e scrivere l'uguaglianza $a=b \times q + r$.

In questa prospettiva, *Girotondo di stelle* rappresenta un'esperienza laboratoriale di scoperta della *periodicità* dei fenomeni ciclici in cui l'alunno svolgendo un ruolo attivo e responsabile è stato in grado di formulare congetture ma anche di sbagliare sostando sugli errori.