

RELAZIONE RIGUARDANTE IL PROGETTO
“COME RAGIONIAMO?”
IN VISTA DELLA PARTECIPAZIONE AL PREMIO
“CESARE CANCELLIERI”

IL PROGETTO E' COSTITUITO DA UNA PRIMA FASE INQUADRABILE AL
MEGLIO NELLA SEZIONE “DIDATTICA DELLA MATEMATICA” ED UNA
SECONDA FASE CHE SI COLLOCA PIU' NATURALMENTE NELLA SEZIONE
“GIOCHI MATEMATICI, LOGICO E LINGUISTICI”

Caterina Vicentini

Istituto d'Arte “Max Fabiani”, Piazzale Medaglie d'Oro, 2, Gorizia, Italy

“Scienza under 18 isontina”, Fogliano Redipuglia, Italy

caterina.vicentini@alice.it

caterina.vicentini@goiss.it

RIASSUNTO

Spesso matematici e docenti di matematica sembrano convinti che sia sufficiente conoscere le regole della logica formale per ragionare correttamente. Se questo fosse vero, non dovrebbero comparire errori sistematici di ragionamento. Gli esperimenti degli psicologi cognitivi invece, hanno evidenziato la comparsa di tali errori anche in ragionatori esperti.

A partire dallo studio di questi errori, il prof. Philip Jonhson-Laird della Princeton University ha elaborato una teoria, chiamata Teoria dei Modelli, secondo la quale il motivo sostanziale degli errori sarebbe il fatto che non siamo molto abili nel rappresentarci il falso.

Prendendo le mosse dagli studi del prof. Laird, ho allestito dei Laboratori di Logica extracurricolari nella mia scuola. Questi incontri sono sfociati nell'invenzione di un gioco, “l'Ocalogik”, che è stato presentato ad un pubblico più vasto al Festival “Scienza under 18” che ha avuto luogo a Monfalcone (Gorizia), dal 6 all'8 Maggio 2010 ed ha avuto l'occasione di essere utilizzato anche in corsi di formazione per insegnanti e convegni nazionali ed internazionali di Didattica della Matematica riscontrando un successo piacevolmente sorprendente.

La convinzione di fondo che ha animato la predisposizione del lavoro svolto, e che non ha potuto che fortificarsi nel corso dello stesso, è che spogliare di tanto in tanto la matematica del linguaggio tecnico-simbolico che le è proprio senza peraltro privare i discenti del pensiero profondo che vi soggiace, sia la via maestra per avvicinare il grande pubblico a questa disciplina.

Il ruolo del gioco sociale in un ambiente colorato e divertente, in cui l'elemento “fortuna nel lancio del dado” è mescolato intenzionalmente a quello della “finezza logica” necessaria per rispondere correttamente alle domande più complesse, ha contribuito non poco a risolvere l'equazione solitamente persistente “matematica = ansia da prestazione”.

1 Introduzione

Come mai alcuni di noi sono ragionatori esperti ed altri no? quali sono i fattori che inducono in errore durante un ragionamento? Possiamo migliorare la nostra capacità di ragionamento? Come? Ragionare bene porta al successo e ragionare male

può portare alla catastrofe. Le ragioni degli errori di ragionamento non sono facili da indagare perché la maggior parte del ragionamento avviene in modo inconscio.

Ragioniamo in moltissime circostanze diverse, ed in particolare quando:

1. abbiamo un'intuizione
2. abbiamo una reazione emotiva
3. deduciamo conseguenze da premesse
4. intuiamo qualcosa che va oltre l'informazione che possediamo
5. ragioniamo sul nostro ragionare
6. ragioniamo a proposito dei conflitti fra le nostre convinzioni e il modo esterno
7. quando facciamo ricerca scientifica o tecnologica.

Almeno cinque delle precedenti attività hanno moltissimo a che fare con l'apprendimento e l'insegnamento della Matematica, ma la terza è ovviamente di capitale importanza in questo ambito.

Di solito, almeno fino a non molto tempo fa, i matematici e gli insegnanti di matematica erano convinti che fosse sufficiente conoscere le regole della logica formale per migliorare le proprie performance inferenziali, ma questa convinzione non riesce a spiegare la presenza di errori sistematici che si evidenziano nelle esperienze condotte dagli psicologi cognitivi (Johnson-Laird, 2006, 2008).

2 Una nuova teoria dei processi mentali: la Teoria dei Modelli

Supponete di avere il compito di controllare se una asserzione generale a proposito di quattro carte è vera o falsa:

Se una carta ha una "A" da una parte, allora ha un "2" dall'altra.

Le quattro carte sono sul tavolo davanti a voi e le facce che potete vedere mostrano una "A", un "3", un "2" e una "B". Si sa che tutte le carte hanno una lettera da una parte ed un numero dall'altra. Il compito consiste nell'identificare il minimo numero di carte da girare per verificare o falsificare l'assunto, e nell'indicare quali siano. Solo il 10% della popolazione dà la risposta esatta, cioè che sarebbe sufficiente girare la "A" e il "3", solitamente la gente dichiara che bisogna girare la "A" e il "2". La rilevanza della carta con il "3" tende a sfuggire, ma se questa carta avesse una "A" dall'altro lato, l'assunto sarebbe falso, mentre risulta ininfluenza cosa ci sia dietro al 2.

Dopo aver fatto questo esperimento, il compianto prof. Peter Wason cominciò alcune ricerche per cercare di capire le ragioni di questo errore sistematico e arrivò alla conclusione che il contenuto di una affermazione influenza il modo in cui la gente ragiona su di essa. Infatti se la stessa struttura logica veniva proposta mediante un'affermazione di contenuto diverso, le percentuali di successo cambiavano significativamente. La diversa formulazione usata da Wason fu:

Ogni volta che vado a Manchester, viaggio in treno.

Il 30% delle persone intervistate realizzava che un viaggio in macchina aveva a che vedere con la verità o falsità della frase sul viaggio a Manchester. *Un cambiamento riguardante meramente il contenuto, aveva avuto un effetto importante sulla correttezza del ragionamento in due frasi aventi la stessa struttura logica.* Questi fatti erano imbarazzanti per le teorie fino a quel momento ritenute valide. Secondo Piaget infatti diventiamo padroni della logica nel percorso dall'infanzia all'età adulta. (Piaget, 1928; Wason e Johnson-Laird, 1972).

Dopo diversi altri esperimenti, Johnson-Laird affermò che quando ragioniamo, costruiamo dei *modelli mentali* delle situazioni, e usiamo questi modelli per rappresentare le varie possibilità compatibili con le affermazioni che stiamo

esaminando. Seguendo questa nuova teoria, la logica è uno strumento essenziale per tutte le scienze, ma non è una teoria psicologica del ragionamento (Johnson-Laird, 2006, 2008). La spiegazione degli errori sistematici risiederebbe, secondo la *Model Theory*, nel nostro modo di ragionare. Mentre ragioniamo, immaginiamo le varie possibilità compatibili con le premesse, e il punto critico sarebbe che non siamo molto abili nel rappresentarci il falso, cioè tendiamo a immaginare soltanto i casi veri.

2.1 La Teoria dei Modelli confrontata con altre teorie

Oggi come oggi, molti pedagogisti hanno abbandonato l'idea che la logica formale sia uno strumento efficace nel migliorare le capacità di ragionamento sia a causa della seria difficoltà nell'analisi del pensiero dal punto di vista logico, sia della distanza fra la logica e le inferenze che operiamo nella vita quotidiana.

Il filosofo Stephen Toulmin ha affermato che la logica non è appropriata per l'analisi dei ragionamenti di tutti i giorni. Le premesse hanno ruoli diversi nelle argomentazioni, e la logica non è sempre in grado di distinguere questi ruoli (Toulmin, 1958). Alcuni pedagogisti, condividendo questo scetticismo, hanno costituito un'associazione concernente la logica informale ed il pensiero critico (AILACT) che chiama in causa metodi di analisi differenti che vanno dall'identificazione delle fallacie all'uso di diagrammi particolari o programmi per computer ad hoc.

Ogni scuola di pensiero propone il proprio sistema e tutti trovano le proposte altrui impraticabili, ma nessuno sembra aver introdotto una teoria che abbia dimostrato sperimentalmente di portare a sostanziali miglioramenti nel modo di reagire delle persone riguardo il ragionare. Si possono usare diagrammi di Eulero-Venn per rappresentare sillogismi, Lewis Carrol sviluppò un gioco logico con le stesse finalità (Carrol, 1958). Finora il sistema digrammatico più potente è dovuto a Pierce e per essere precisi, bisogna dire che non fu introdotto con intenti pedagogici, ma per analizzare i vari passi dei nostri ragionamenti (Pierce & others, 1931,1958). Ancora una volta però, nessuno sa veramente se il nostro ragionamento possa realmente migliorare quando applichiamo uno di questi sistemi.

Herb Simon e i suoi colleghi hanno identificato vari modi in cui il fare dei diagrammi possa risultare utile: i diagrammi possono rendere più semplice il reperimento delle informazioni (perché si può dar loro una scorsa più velocemente) e possono rendere abbastanza facile identificare i punti chiave di un concetto (in quanto riconosciamo delle icone più velocemente che delle frasi in una descrizione), ma ancora una volta (secondo Simon) i diagrammi non cambiano la nostra efficacia di ragionamento. Il ragionamento procede nello stesso modo sia che le premesse siano espresse discorsivamente, sia che siano rappresentate mediante diagrammi (Simon, 1982).

Barwise ed Etchemendy hanno argomentato che i diagrammi possono presentare una gamma di dettagli che riguardano le congiunzioni, ma sono poveri nel rappresentare le premesse disgiuntive o negative che sono rappresentate più efficacemente in modo discorsivo. Il loro programma, chiamato *Hyperproof* suddivide il lavoro usando talora diagrammi e talaltra frasi (Barwise & Etchemendy, 1992, 1994).

La Teoria dei Modelli, introdotta da Philip Johnson-Laird, fa una previsione sostanzialmente differente: il semplice uso di diagrammi non garantisce

miglioramenti nel ragionamento, ma se i diagrammi sono costruiti in modo tale da aiutarci ad immaginare tutte le varie possibilità, allora il loro uso migliora sostanzialmente le performance di ragionamento nelle situazioni più critiche, ovvero quelle che comprendono varie disgiunzioni e negazioni (Johnson-laird, 2006, 2008).

3 Il Metodo dei Modelli

Prendiamo in esame un'inferenza complicata che ha come premesse due proposizioni disgiuntive:

*Giorgio è a Parigi o Filippo a Londra, o entrambe le cose.
Giorgio è a Roma o Paolo a Boston, o entrambe le cose.
Cosa ne segue, ammesso che ne segua qualcosa?*

Partendo dal presupposto che Giorgio non può essere sia a Parigi che a Roma, ne segue che Filippo è a Londra o Paolo a Boston, o entrambe le cose. Questa è una deduzione difficile, perché abbiamo troppi casi possibili da tenere a mente e combinare fra loro.

L'uso di un diagramma potrebbe render la faccenda più semplice? Johnson-Laird propone un metodo che traduce essenzialmente un'unica esigenza di fondo: cercare di costruire le possibilità consistenti con l'informazione che ci è stata data, avendo gran cura di non trascurarne nessuna.

3.1 La costruzione di un diagramma efficace secondo la Teoria dei Modelli

Immaginate che un corso debba essere insegnato da alcuni professori e che i vincoli che legano chi deve fare lezione siano:

- *Il dott. Como fa lezione o il dott. Sandri fa lezione, o entrambi fanno lezione*
- *Se il dott. Sandri non fa lezione, allora il dott. Gomez fa lezione*
- *Il dott. Habets fa lezione se e solo se il dott. Sandri fa lezione*
- *Il dott. Paoli fa lezione*
- *Il dott. Gomez ha un'altra classe e non può fare lezione*

E la domanda finale sia:

Chi fa lezione?

Costruiamo passo passo un diagramma efficiente secondo la Teoria dei Modelli. Ci sono tre possibilità consistenti con la prima premessa, e possiamo rappresentarle in tre colonne separate da linee verticali:

$$\begin{array}{ccc} C & ! & ! C \\ & & ! S ! S \end{array}$$

La seconda premessa implica che il dott. Gomez debba essere aggiunto alle possibilità in cui Sandri non c'è:

$$\begin{array}{ccc} C & ! & ! C \\ & ! S & ! S \\ G & ! & ! \end{array}$$

La terza premessa richiede che il dott. Habets sia aggiunto ad ogni possibilità in cui il dott. Sandri è presente:

$$\begin{array}{ccccc} C & ! & & ! & C \\ & & ! & S & ! & S \\ G & ! & & & ! & \\ & & & & ! & H & ! & H \end{array}$$

La quarta ipotesi implica che il dott. Pauli debba essere aggiunto in ogni caso:

$$\begin{array}{ccccc} C & ! & & ! & C \\ & & ! & S & ! & S \\ G & ! & & & ! & \\ & & & & ! & H & ! & H \\ P & ! & P & ! & P \end{array}$$

E dall'ultima precisazione segue che vada eliminata ogni possibilità in cui appare Gomez e quindi ci induce ad eliminare la colonna di sinistra:

$$\begin{array}{ccccc} \underline{C} & ! & & ! & C \\ & & ! & S & ! & S \\ \underline{G} & ! & & & ! & \\ & & & & ! & H & ! & H \\ \underline{P} & ! & P & ! & P \end{array}$$

Le ultime due colonne del diagramma, restando le uniche possibilità compatibili con tutte le premesse, portano alla conclusione:

Sandri, Habets, e Pauli devono far lezione, e il dott. Come può farla o no.

3.2 Qual è il motivo dell'efficacia del Metodo dei Modelli?

Riassumendo possiamo affermare che solo alcuni tipi di diagrammi sono efficaci. Per condurci ad incrementare l'efficienza di ragionamento gli schemi devono aiutarci ad immaginare tutte le possibilità compatibili con le premesse, anche quelle che tendono naturalmente a sfuggirci.

Altri tipi di diagrammi che non hanno questa peculiare caratteristica iconica, non sono altrettanto efficaci. Il Metodo dei Modelli si basa sul fatto di aiutarci ad immaginare anche le possibilità che per ragioni biologiche tendiamo a non prendere in esame. Questo Metodo ha due virtù: l'efficacia e la semplicità. Lo si impara facilmente e si hanno evidenze sperimentali sia nel miglioramento dell'accuratezza che della velocità dei ragionamenti (Johnson-Laird, 2006, 2008).

4. Il lavoro fatto con gli studenti

Seguendo questa nuova teoria, la logica è un "attrezzo" indispensabile per le scienze, ma non è una buona teoria psicologica del ragionamento umano. Come ho già ricordato, la spiegazione per cui compaiono errori sistematici di ragionamento negli umani, secondo la Teoria dei Modelli, è che non siamo biologicamente ben

selezionati a rappresentarci mentalmente il falso. L'evoluzione avrebbe privilegiato la selezione di ragionatori non al 100% efficienti, ma generalmente veloci, in quanto ciò sarebbe stato più funzionale alla sopravvivenza della specie almeno fintanto che l'uomo viveva allo stato naturale.

Partendo da questo punto di vista, durante l'anno scolastico 2009-2010 ho allestito dei Laboratori extra curricolari di Logica presso la mia scuola, l'Istituto Statale di Istruzione Superiore "D'Annunzio-Fabiani" di Gorizia nell'ambito del Progetto Lauree Scientifiche in collaborazione con l'Università di Udine.

In questi laboratori, gli studenti, provenienti dagli indirizzi artistico o scientifico tecnologico, sedevano attorno ad un tavolo e cercavano di fare inferenze corrette a partire da premesse considerate critiche dalla Teoria appena esposta. Distribuivo loro dei fogli contenenti le questioni logiche da affrontare, li lasciavo ragionare individualmente per una decina di minuti e successivamente li raggruppavo a gruppi di tre o quattro e chiedevo loro di discutere con l'obiettivo di pervenire ad una risposta condivisa.

Alla fine spezzavo i gruppi in coppie e li assortivo in modo diverso, e da ultimo validavo le risposte corrette (che a questo punto generalmente erano già state ottenute).

4.1 Esempi di questioni affrontate nei laboratori:

Di seguito trovate alcune delle questioni affrontate in modo da rendere comprensibile il lavoro svolto. Sono questioni tratte dal libro "Pensiero e Ragionamento" di Johnson-Laird (talvolta adattate da me) oppure sono direttamente inventate da me (Johnson-Laird, 2008). Nelle schede date agli studenti c'erano anche quesiti logici il cui autore è Raymond Smullyan (Smullyan, 1982).

Paolo è a Milano o Carlo è a Genova, o entrambe le cose.
Carlo è a Genova o Caterina è a Roma, o entrambe le cose.
Cosa si può inferire, ammesso che si possa inferire qualcosa?

Anna è a Granada o Paolo a Barcelona, ma non entrambe le cose.
Se Anna è a Granada, allora Teresa è a Toledo.
Se Paolo è a Barcelona, allora Teresa è a Toledo.
Cosa si può inferire, ammesso che si possa inferire qualcosa?

Anna è a Granada o Paolo a Barcelona, o entrambe le cose.
Se Anna è a Granada, allora Teresa è a Toledo.
Se Paolo è a Barcelona, allora Teresa è a Toledo.
Cosa si può inferire, ammesso che si possa inferire qualcosa?

Premessa:

Se sulla lavagna c'è un triangolo, allora c'è un cerchio.

- 1) Sulla lavagna c'è un triangolo
Cosa ne segue?

2) Sulla lavagna non c'è un triangolo
Cosa ne segue?

2) Sulla lavagna c'è un cerchio
Cosa ne segue?

4) Sulla lavagna non c'è un cerchio
Cosa ne segue?

5) Voglio fare un disegno alla lavagna contenente un triangolo o un cerchio o entrambi o niente. Quanti e quali sono i possibili disegni compatibili con la premessa?

Premessa:

Se sulla lavagna c'è un triangolo, allora c'è un cerchio.

e

Se sulla lavagna c'è un rombo, allora c'è un asterisco.

Voglio disegnare alla lavagna una combinazione di cerchio, triangolo, rombo e asterisco. Quanti e quali sono i possibili disegni compatibili con la premessa?

Premessa:

Se sulla lavagna c'è un triangolo, allora c'è un cerchio.

o

Se sulla lavagna c'è un rombo, allora c'è un asterisco.

Voglio disegnare alla lavagna una combinazione di cerchio, triangolo, rombo e asterisco. Quanti e quali sono i possibili disegni compatibili con la premessa?

Ad un certo punto, ho complicato le questioni proposte introducendo anche i quantificatori, come nei seguenti esempi.

Alcuni negozianti sono imbrogliatori
Tutti gli imbrogliatori sono in prigione
Cosa ne segue, ammesso che ne segua qualcosa?

Nessuno studente è biondo
Tutti i biondi sono francesi.
Cosa ne segue, ammesso che ne segua qualcosa?

Solo una delle seguenti affermazioni è vera:
Almeno alcune delle biglie di plastica non sono rosse
o
Nessuna delle biglie di plastica è rossa.
E' possibile che nessuna delle biglie rosse sia di plastica?

Solo una delle seguenti affermazioni è vera:
Almeno alcune delle biglie di plastica non sono rosse

o

Nessuna delle biglie di plastica è rossa.
E' possibile che qualche biglia rossa sia di plastica?

Abbiamo trattato anche la ricerca di controesempi, con la clausola che se la proposizione di cui si richiedeva il controesempio era vera si doveva dichiarare l'impossibilità del controesempio.

Trova un controesempio alle seguenti frasi:

- 1) Se piove, esco con l'ombrello.
- 2) Se piove e c'è vento, sto a casa.
- 3) Se Mario è a Roma, allora Sofia è a Parigi.
- 4) Se Mario è a Roma, allora Sofia è a Parigi e Carlo è a Londra
- 5) Se Mario è a Roma, allora Sofia è a Parigi o Carlo è a Londra
- 6) Tutti gli interi divisibili per cinque sono pari
- 7) Alcuni numeri primi superiori al 10, sono pari.
- 8) Tutti i rettangoli non sono quadrati
- 9) Alcuni triangoli equilateri, non sono isosceli.

Trova un controesempio alle seguenti deduzioni:

- 1) Alcuni dei cuochi sono musicisti
Qualche musicista è pittore
Quindi, qualche cuoco è pittore.
- 2) Più della metà della gente in questa stanza parla francese.
Più della metà della gente in questa stanza parla inglese.
Quindi, più della metà della gente in questa stanza parla sia inglese che francese.
- 3) Più della metà dei pazienti hanno la schifiltosi.
Più della metà dei pazienti hanno l'ustosi.
Più della metà dei pazienti hanno la frognosi.
Quindi, più della metà dei pazienti hanno almeno due di queste malattie

5 Il festival della comunicazione scientifica e "L'Ocologik"

Nel periodo in cui stavo animando i laboratori con gli studenti (autunno 2009), sono stata contattata da quattro amici: Sandra Fabris, Maria Teresa Gallo, Daniele Gouthier e Giulia Realdon. Sandra è una maestra di scuola elementare, Maria Teresa insegna matematica e scienze in una scuola media, Giulia insegna scienze in un liceo scientifico e Daniele è un matematico che si dedica da tempo alla comunicazione scientifica (dopo aver lavorato alla SISSA di Trieste). Stavano cercando di organizzare un festival della comunicazione scientifica per ragazzi sotto i 18 anni a Monfalcone per maggio 2010 e mi hanno chiesto di unirmi a loro nello staff organizzativo. Pensando a cosa avrei potuto portare ad uno stand del festival, mi sono detta che il lavoro svolto nei laboratori di logica non era esportabile così com'era in quanto lavorare sulle questioni affrontate richiede calma, motivazione e silenzio; che

sono condizioni impensabili per delle classi in visita a degli stand. Abbiamo così deciso di tentare di abbordare il tema della logica e delle sue insidie inventando un gioco e siccome gli abbiamo dato l'aspetto e la struttura di un gioco dell'oca, abbiamo finito col battezzarlo "L'Ocalogik".

5.1 L'Ocalogik

Il gioco necessita di un tabellone con 28 caselle, due dadi, dei segnaposti e un conduttore. Le regole sono le seguenti: si lanciano due dadi alla volta e si avanza sul tabellone di un numero di caselle pari alla somma dei punteggi dei due dadi. Dal secondo giro in poi, dopo il lancio, si è sottoposti ad una domanda di logica dal conduttore. Se si risponde correttamente alla domanda, si ha diritto ad avanzare del punteggio indicato dai dadi, altrimenti si subisce una penalizzazione di tre caselle. Le domande riguardano connettivi logici, quantificatori, controesempi e deduzioni. Se una proposizione è vera e viene richiesto un controesempio, la risposta corretta è „il controesempio non esiste“. Il primo giocatore che supera la casella numero 28, è il vincitore.

Le domande poste possono essere semplici come, ad esempio:

Se un'auto è rossa, allora è una Ferrari.
E' una Maserati.
Può essere blu?

oppure:

Non si può negare che Mario sia brutto.
Mario è bello?

Più difficili, del genere:

Alcuni negozianti sono imbrogliatori.
Tutti gli imbrogliatori sono in prigione.
Possono esserci negozianti essere a piede libero?

o, anche:

Se c'è un blackout, i semafori non funzionano.
Se i semafori non funzionano, il traffico va in tilt.
Il traffico è in tilt.
Posso dedurre che c'è stato un blackout?

o, ancora:

Alcuni studenti sono biondi.
Alcuni studenti sono francesi.
Posso dedurre che c'è almeno uno studente sia biondo che francese?

Qualche questione è più sottilmente complessa, ad esempio:

Se dopodomani è martedì, oggi è domenica.
Dopodomani è giovedì.
Posso dedurre che oggi non è domenica?

La maggioranza delle persone risponde “sì”, ma la risposta corretta è “no”. Infatti, se da un lato è vero che se dopodomani è giovedì, oggi non è domenica (se dopodomani è giovedì, oggi è martedì), d’altra parte tuttavia, sto negando l’ipotesi e non la tesi dell’implicazione iniziale. Quindi: questa non è una deduzione! Posso affermare che oggi non è domenica grazie al fatto che conosco l’ordine dei giorni della settimana, non in virtù delle proposizioni in premessa e della loro concatenazione logica. La semantica delle premesse influenza il nostro modo di ragionare ed un errore che non faremmo se il contenuto riguardasse fatti meno usuali e scontati della nostra vita quotidiana. Si ha un’ulteriore conferma di quanto scoperto da Peter Wason: il contenuto influenza il nostro modo di ragionare.

Si noti per inciso, che una modifica considerata generalmente insignificante dall’”uomo della strada” nella domanda, rovescerebbe la risposta. Se chiedessimo:

Se dopodomani è martedì, oggi è domenica.

Dopodomani è giovedì.

Oggi non può essere domenica.

Vero o falso?

La risposta corretta diventerebbe sì.

6 Conclusioni

Solo alcune osservazioni prima di concludere.

- Essere vero ed essere deducibile sono due cose diverse. Naturalmente la cosa è risaputa fra i matematici, essendo stata dimostrata da Kurt Gödel nel 1931 (Gödel, 1931, 1962), ma normalmente questa parte della logica è considerata troppo difficile per essere anche solo menzionata prima di corsi universitari per professionisti del settore. Personalmente sono convinta che questo approccio possa costituire un “buon spunto metaforico” nella direzione di una presentazione ad un pubblico molto più giovane e di conseguenza più vasto.
- Mescolare la semantica con la deduzione logica senza esserne realmente consapevoli, è una questione delicata. Questo errore è stato infatti rimproverato perfino ad Euclide dai suoi più importanti commentatori specialmente per quanto riguarda i criteri di uguaglianza dei triangoli.
- La convinzione di fondo che ha animato la predisposizione del lavoro svolto, e che non ha potuto che fortificarsi nel corso dello stesso, è che spogliare di tanto in tanto la matematica del linguaggio tecnico-simbolico che le è proprio senza peraltro privare i discenti del pensiero profondo che vi soggiace, sia la via maestra per avvicinare il grande pubblico. Sono persuasa sia anche un modo importante per evitare che gli studenti restino “psedo-strutturati” nel senso attribuito a questo termine dalla studiosa israeliana Anna Sfard (Sfard, 1991), ovvero restino solutori (talvolta anche molto abili) di esercizi tecnicamente complessi senza però cogliere gli aspetti filosofici e culturali più profondi della disciplina. Prova di quanto affermo è stato la maggiore dedizione alla disciplina con conseguente miglioramento del rendimento scolastico in matematica di quegli allievi, specialmente dell’indirizzo artistico, che solitamente raggiungevano a malapena la sufficienza e che hanno avuto la

forza di iscriversi comunque a questi laboratori di logica e di portarli proficuamente a termine.

- Il ruolo del gioco sociale in un ambiente colorato e divertente, in cui l'elemento "fortuna nel lancio del dado" è mescolato intenzionalmente a quello della "finezza logica" necessaria per rispondere correttamente alle domande più complesse, ha contribuito non poco a risolvere l'equazione solitamente persistente "matematica = ansia da prestazione". Il fatto che possa risultare vincitore anche chi non sia il più bravo incoraggia molto le persone a cimentarsi nel gioco.
- Il nostro "Angolo dei giochi" al festival della comunicazione scientifica per i ragazzi delle scuole della provincia di Gorizia "Scienza under 18" edizione 2010 a Monfalcone, è stato visitato da più di 400 persone, da bambini della scuola elementare a ragazzi delle superiori, ed anche da alcuni adulti curiosi. Avevamo preparato due versioni del gioco, una più semplice, per ragazzi dai 6 ai 12 anni, e quella più sofisticata di cui ho allegato le domande. Assieme a questo gioco, c'erano anche dei Crucimat aritmetici ed algebrici, delle linotipie di varia natura e delle carte disegnate dagli studenti del primo anno dell'Istituto d'Arte rappresentanti i momenti salienti della storia del calcolo che venivano proposte ai più piccoli affinché cercassero di disporle in ordine cronologico. Va detto però che "l'Ocalogik" è stato senza ombra di dubbio il gioco più apprezzato. La gente sembra essere contenta mentre ragiona anche se si tratta di un'attività difficile e faticosa. Mi pare quindi che l'impegno a escogitare nuove forme di ragionamento accattivanti dovrebbe essere sentito come una responsabilità dagli educatori, anche in considerazione del fatto che la capacità di ragionare correttamente è una facoltà indissolubilmente legata all'autentico esercizio della democrazia.
- Nel corso degli anni L'Ocalogik è continuato ad essere presente al nostro exhibit "L'Angolo dei Giochi" animato dagli studenti dell'ISIS "D'Annunzio-Fabiani" di Gorizia anche nelle edizioni successive del Festival della comunicazione scientifica SU18 organizzato dall'ormai costituita associazione culturale Scienza under 18 isontina afferente alla rete nazionale. Sia nell'edizione di Gorizia 2011 che in quella di Monfalcone 2012 ha continuato a riscuotere un buon successo fra coloro che ancora non lo conoscevano e si sono divertiti a sperimentarlo scegliendolo nella gamma dei giochi offerti.
- L'Ocalogik è stato utilizzato anche come esempio didattico nella formazione degli insegnanti. E' stato infatti presentato in diversi convegni nazionali ed internazionali: l'Università Estiva Europea in Storia ed Epistemologia della Matematica a Vienna (Austria) nel luglio 2010, il convegno sulla comunicazione scientifica MAPPE organizzato dalla Scuola Internazionale di Studi Superiori Avanzati (SISSA) di Trieste nel novembre 2010, al Convegno in onore del prof. Nicolas Rouche tenutosi presso il Dipartimento di Matematica dell'Università di Lilla (Francia) nel marzo 2011, il convegno nazionale di Scienza under 18 a Pescara nel settembre 2011. Era stato caldeggiato un mio intervento sull'argomento per il Convegno Nazionale Società Belga degli Insegnanti di Matematica Francofoni per Agosto 2011 a Bastogne (Belgio), ma purtroppo non ho potuto parteciparvi per ragioni personali. Nel Marzo 2012 l'ho utilizzato in un incontro di formazione degli insegnanti organizzato a Fogliano Redipuglia (Gorizia) ed ho un invito con data ancora da destinarsi a presentarlo al Centro di Ricerca sull'Insegnamento della Matematica (CREM) a Nivelles (Belgio). Un articolo molto simile alla

presente relazione è stato accettato per pubblicazione dalla rivista “Progetto Alice” edita dal prof. Mario Barra dell’Università “La Sapienza” di Roma (Vicentini, 2012).

REFERENZE

- Barwise, J., Etchemendy, J., 1992, “Hyperproof: logical reasoning with diagrams”, in Narayanan, N.H. (ed), *AAAI Spring Symposium on Reasoning with Diagrammatic Representations. March 25-27th, Stanford University, California*, 80-84.
- Barwise, J., Etchemendy, J., 1994, *Hyperproof*, Stanford, CA: Center for the Study of Language and Information.
- Carroll, L., 1958, *Symbol Logic and the Game of Logic*, 2 vol, New York, Dover
- Euclid, 1956, *The Thirteen Books of the Elements with introduction and commentary by Sir Thomas Heath*, 3 vol., Dover, New York.
- Gödel, K., 1931, *Über Formal Unentscheidbare Satze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I*, in *Monatshefte für Mathematik und Physik*, 38, 173-198.
- Gödel, K., 1962, *On formally Undecidable Propositions*, New York, Basic Books.
- Johnson-Laird, P.N., 2006, *How we reason*, New York, Oxford University Press
- Johnson-Laird, P.N., 2008, *Pensiero e ragionamento*, Bologna, Il Mulino
- Piaget, J., 1928, *Judgement and Reasoning in the Child*, London, Kegan Paul
- Pierce, C.S.; Hartshorne, C., Weiss, P., Burks, A. (eds) 1931-1958, *Collected papers of Charles Saunders Pierce*, 8 vol., Cambridge, MA, Harvard University Press
- Pierce, C.S., Buchker, J. (ed), 1955, *Philosophical writings of Pierce*, New York, Dover
- Sfard, A., 1991, *On the dual nature of mathematical conceptions: reflections on processes and objects as different sides of the same coin*, *Educational Studies in Mathematics* 22, 1-36, Amsterdam, Kluwer Academic Publishers
- Simon, H.A., 1983, *Search and reasoning in problem solving*, *Artificial Intelligence*, 21, 7-29.
- Smullyan, R., 1982, *Qual è il titolo di questo libro?*, Bologna, Zanichelli.
- Toulmin, S.E., 1958 *The uses of arguments*, Cambridge, Cambridge University Press
- Vicentini, C., 2012, “*L’Ocalogik ed altre esperienze per migliorare il ragionamento*”, accettato per pubblicazione dalla rivista Progetto Alice, Roma, Pagine
- Wason, P.C., Johnson-Laird, P.N., 1972, *The psychology of Deduction: Structure and Content*, Cambridge, MA, Harvard University Press.